Malmö högskola
Lärarutbildningen
Natur, miljö, samhälle.

Examensarbete
15 högskolepoäng - avancerad nivå

Hur kommunicerar några elever i grupp vid matematisk problemlösning?

How do some pupils in group communicate when solving mathematical problems?

Lena Gunnarsson
Zuzanne Ljungblad

Lärarexamen 210hp
Matematik och lärande
2010-11-08

Examinator: Per-Eskil Persson

Handledare: Eva Riesbeck

Sammanfattning/abstrakt

Syftet med studien är att undersöka hur elever i skolår 5 kommunicerar i en mindre grupp kring ett matematiskt problem. Begreppet kommunikation är indelat i tre områden som analyseras utifrån språket, vilka strategier som används och den grupprocess som uppstår. Gemensamt för de tre inriktningarna är den tysta och den verbala kommunikationen. I den sammanfattande analysen belyses likheter och skillnader mellan de tre utvalda grupperna.

Metoden är en deltagande observation av kvalitativ struktur. Observationerna gjordes med bild– och ljudupptagning, samt genom att en observatör förde anteckningar under inspelningen. Materialet är transkriberat, analyserat och bearbetat efter syftets perspektiv. Det är tre grupper med fem elever i varje grupp, från tre olika skolor, som ingår i undersökningen.

Resultatet bygger på gruppernas kommunikation i språkliga register, vilka strategier som används och hur grupprocessen påverkar progressionen för att lösa uppgiften. En jämförelse sker mellan den tysta och den verbala kommunikationen för att upptäcka orsaker till likheter eller olikheter.

Utifrån resultatet kommer diskussionen att beröra elevernas kunskapsbildning i grupp vid problemlösning i matematik, vilka affekter det skapar samt betydelse av gruppens sammansättning. En diskussion om pedagogens betydelse av att förse eleverna med de verktyg och den hjälp en förförståelse kräver för att kunna arbeta i grupp. Det centrala är att förstå problemlösningens funktion. De tre medverkande grupperna visar på brister inom val av strategier och metoder i undersökningen. Det framgår att det krävs en medvetenhet hos eleverna med att arbeta i grupp och vad det innebär som metod. Den kunskapsmässiga nivåindelningen är en viktig förutsättning för ett grupparbete. Studien visar även att den sociala kompetensen är en viktig komponent, som borde ingå som ett av kriterierna vid en gruppsammansättning.

Nyckelord: matematik, problemlösning, strategi, kommunikation, språk, grupprocesser, mediering

Summary/abstract

The aim of this study is to examine how students in grade 5 are communicating in a small group around a mathematical problem. The concept of communication is divided into three areas analyzed in terms of language, the strategies used and the group process that occurs. Common to the three axes are the silent and verbal communication. In the summary analysis highlights the similarities and differences between the three selected groups.

The method is a participant observation of qualitative structure. The observations were made with video- and audio recording, and one of two observers taking notes during recording. Materials were transcribed, analyzed and processed from the purpose perspective. There are three groups of five students in each group, from three different schools under investigation.

The result is based on the three groups' communication in linguistic registers, what strategies are used and how group process affects the progression of the task at hand. A comparison is made of the silent and verbal communication in order to discover reasons for similarities or differences.

Based on these results, the discussion will touch on student’s knowledge of the group while doing problem solving in mathematics. What affects it creates and the group’s importance in their composition. Here is also a discussion of pedagogical importance of providing students with the tools and help and understanding the problem solving function. The three participating groups demonstrate the shortcoming of the choice of strategies and methods in the investigation. It´s clear there is a need for an awareness of pupils when they are to work in group and their understanding of what it means as a method. The level in knowledge is an important precondition for a team working. The study also shows that the social skills are an important component; witch should be included as one of the criteria in the composition of the group.

Keywords: mathematics, problem solving, strategy, communication, language, group processes, mediation.

Förord

I ett nära och tätt samarbete har denna studie utformats. Observationerna gjordes med en deltagande observatör och en observatör som dokumenterade specifika händelser, samt skötte utrustningen, växelvis. Vi ansåg att två personer ser och hör mer än en person. Dessutom kunde vi stämma av och diskutera olika sekvenser, vilket var en fördel när insamlat material skulle tolkas och analyseras. Det enskilda arbetet har bestått av att hitta litteratur inom området, granska och systematiskt analysera insamlat data. Lena Gunnarsson transkriberade diktafonernas data och Zuzanne Ljungblad dokumenterade och analyserade filmsekvenserna. Tillsammans utforskades bådas material. Den utvalda litteraturen granskades och blev bägges beslut om den skulle ingå i studien. Det har varit givande diskussioner eftersom en deltagare aldrig varit ensam i sitt beslut. Det är en studie av och med två undersökare. Vi ansåg att om en del gjordes enskilt skulle den granskas av den andre, dels för att kunna förstå tagna val och ha en insikt i hela dokumentet. Vi enades om att dela upp arbetet inte gav några större vinster, dessutom ville vi bägge vara i, med och om studien. Vårt intresse är gemensamt, vilket skapade en drivkraft där vi var beroende av varandras insikter och stöttning. Vi vill rikta ett stort tack till vår mentor Eva Riesbeck.

Det är med ord som med solstrålar -
Ju mer de koncentreras desto djupare bränner de.
okänd

Innehåll

1 Inledning

När svenska elevers prestationer i matematik visar sig bli sämre istället för bättre påstår bland annat skolministern Jan Björklund, att införandet av tydliga och mätbara kunskapsmål i matematik skulle vara en skjuts i rätt riktning (skolverket, 2010). I den nya kursplanen Lgr 11, som träder i kraft 2011, kommer oklarheten och otydligheten av målen förbättrats så att både lärare, förälder och elever kan förstå skolans förväntningar, samt ämnets konkreta krav.

I samband med Bolognaprocessen och den nya lärarutbildningen, 2007, har det svenska högskoleväsendet förändrats en hel del de senaste åren. Kvaliteten på lärarutbildningen har lyfts i syftet att kunna jämföras internationellt, där den blivande läraren ska ha relevanta och djupgående ämneskunskaper.

I dagens styrdokument, Lpo94, betonas att problemlösning ska ha en central plats i matematikämnet. Problemlösningsprocessen är en skapande aktivitet som kräver tid och kommunikation kring idéer och tankegångar samt anknytning till elevens erfarenhetsvärld för att kunna ta ställning till vardagliga frågor i samhället. Lester m.fl. (2007) betonar att problemlösningens roll i skolmatematiken ofta är en aktivitet som kommer efter eleverna lärt sig nya begrepp och färdigheter. Problemlösning borde istället betraktas och användas som ett hjälpmedel, *ett verktyg*, för att utveckla nya kunskaper i matematik.

Med oss i bagaget finns våra kunskaper och erfarenheter samt en stor nyfikenhet på hur en mindre grupp elever kommunicerar med varandra i ämnet matematik. Under åren på lärarutbildningen har vi blivit medvetna om hur viktigt det är att eleverna får tillfällen för diskussion kring problemlösning i matematik. Emellertid har den verksamhetsförlagda utbildningen (VFT) visat oss att undervisning i problemlösning inte har den centrala roll som kursplanen förespråkar. I skolans styrdokument finns det en möjlighet att påverka undervisningen för pedagogerna. Därför har vi valt att fokusera på kommunikationen kring problemlösning i en mindre grupp i år 5.

2 Bakgrund

2.1 Teoretisk bakgrund

Innan 1980-talet var lärandet styrt av den auktoritära läraren och eleven sågs som en passiv mottagare där kunskaperna automatiserades. Med läroplanen Lgr 80 skedde förändringar i synen på lärandet. Kursplanen var uppbyggd kring Piagets teorier (1896-1980). Mening, sammanhang och begriplighet skapas av individen på ett fritt och för individen rationellt sätt. Förståelsen för fenomenen är beroende av den kognitiva utvecklingen som i sin tur är individuell utifrån personens mognad. Historiskt sätt har utvecklingen för våra kursplaner gått från att räkna till att lära via problemlösning (Hagland, m.fl. 2005). När det gäller synen på språklig utveckling var Piaget grundaren till att se sambanden mellan barnets erfarenheter och begreppsbildning. Piagets teori har basen i att varje människa konstruerar sin egen bild av omvärlden där den kognitiva processen är central (Claesson, 2002). Precis som Piaget betraktas som forskaren bakom konstruktivismen kan Vygotskij (1896-1934) anses stå bakom den sociokulturella inriktningen. Dessa två forskare levde ungefär samtidigt och där deras teorier har flera gemensamma forskningsresultat. Det som skiljer dem åt är fokuseringen. Piaget fokuserade på lärandet hos den enskilda människan medan Vygotskij (Lindqvist, 1999) involverade även den sociala miljön. Vygotskij hävdade att uppväxtmiljön formade barnets utveckling och att språket ansågs vara ett kulturellt redskap. Han påstod att individen formas av sammanhanget eller den kontext som integrationen erbjuder. Vygotskij väver in språket som ett lärandeverktyg i samspel med andra för att bygga på begreppsförståelsen. Hans teori om *den närmaste utvecklingszonen* (ZPD - Zone of the proximal development) innebär att undervisningen ska förhålla sig till elevernas potentiella utveckling. Utgångspunkten är elevernas potential när de får hjälp att prestera inom ramen av sin förmåga (a.a.). Det är en kunskapsnivå som precis ligger intill den kunskap som individen redan besitter. Den nya kunskapen som ska erövras måste nivåmässigt ligga precis intill elevens befintliga kunskap. I ett medierat lärande sker en ömsesidig relation mellan tankar och talspråk. Eleven tar del av någon som är mer erfaren eller har annorlunda kunskaper kring det som ska läras. Interaktionen ger eleven möjlighet till att förstå den nya närliggande kunskapen, samt befästa och vidareutveckla ny kännedom. Tillsammans i dialogen utvecklas elevens kunnande, vilket gör att personen klarar av att utföra uppgiften ensam vid nästa tillfälle (a.a.). Kunskap skapas i aktiv samverkan med omgivningen i ett socialt sammanhang. Gruppsammansättning måste därför, enligt Löwing (2006), göras med eftertanke så att en elev kan vidareutvecklas kognitivt tillsammans med någon annan. Vygotskij menar vidare att undervisningen ska anpassas så att individen befinner sig i *den närmaste utvecklingszonen* och utmanas kunskapsmässigt. Claesson (2002) beskriver att den lärande människan börjar i periferin och sakta men säkert blir mer bekant med begreppen. Det kan ses som en cirkel där den lärande söker sig in mot centrum för att så småningom blir en fullvärdig praktiker. Denna bild av lärandemiljöer beskrivs ofta i sociokulturella sammanhang. Den nuvarande skolplanen och läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo 94), är utformad och bygger på den sociokulturella teorin.

2.2 Kunskapssyn i Lpo94

Det sociokulturella perspektivet innefattar ett situerat rikt flöde av språket, där betoningen ligger på processen och inte på produkten. Det lockar till att pröva sig fram med varierande strategier. Det är ett nära samband mellan att kunna, göra och erövra kunskap. Problemlösning har fått en betydande roll i Lpo 94. I matematikens kursplan beskrivs ämnets karaktär och uppbyggnad:

> Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget. Problem kan också vara relaterade till matematik som saknar direkt samband med den konkreta verkligheten. För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskap om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar.

Vidare står det under rubriken ämnets syfte och roll i utbildningen där eleven ska få möjlighet att utöva och kommunicera matematiska problem. Närmiljön öppnar upp elevens vardagssituationer för ett aktivt sökande efter *fakta*, *förståelse*, *färdighet* och *förtrogenhet*. Ett av målen i kursplanen för matematik är att eleven skall kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva, välja lösningsmetoder samt kunna uttrycka sig muntligt, skriftligt och i handling på ett begripligt sätt med hjälp av ett vardagligt språk. Dessutom ska eleven kunna reflektera över lösningar och deras rimlighet (Lpo 94). Detta är den inriktning och struktur som pedagogen ska förstå och använda i sin undervisning i ämnet matematik.

2.3 Problemlösning i Lpo 94

Enligt Lpo 94 ska skolan ha som uppgift att utveckla elevens intresse för matematik och ges möjlighet till att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Dessutom skall eleven få möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer för att söka efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem. Skolan ska i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven:

> Utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande.
>
> Utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen.

Grundskolan har som uppdrag att förbereda eleven för vardagslivet, så att de kan fatta bra beslut i olika valsituationer som de ställs inför. I kursplanen för matematik (Skolverket, 2000) under avsnitt ämnets karaktär och uppbyggnad betonas att problemlösning alltid har en central plats i matematikämnet. Det poängteras att det vid problemlösning inte alltid behöver användas någon matematisk uttrycksform utan problemen kan lösas i anslutning till konkreta situationer. Emellertid finns det problem som är nödvändiga att lyftas ur sitt sammanhang, tolkas matematiskt och lösas med hjälp utav begrepp och metoder för att till sist värderas. För alla elever gäller det för att nå framgång i utövningen av matematik, krävs en jämvikt mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer (Lpo 94).

Genom direktiven ska undervisningssituationerna tillämpas, oavsett var i Sverige eleven har sin obligatoriska skolgång. Det är en arbetsbeskrivning av innehåll, funktion och mål av problemlösnings roll. Den ska vara befintlig och eftersträvas i varje skola som styrs av det svenska ämbetet. Om det nu är ett levande dokument och följs av dem det berör, vilket är syftet. Väcks frågan om varför problemlösning är ett omtalat och debatterat ämne hos forskare och ledande personer inom skolväsendet.

2.3.1 Problemlösningens funktion

Problemlösning kan öka elevers intresse att arbeta med matematik och utveckla elevers förmåga att tänka kreativt, självständigt och logiskt vid användning av problemlösning (Hagland m.fl. 2005). Att undervisa i problemlösning har ett syfte att utveckla en djupare förståelse för matematiska begrepp och strategier. Genom att involvera eleverna med utvalda problem blir matematiken begriplig och hanterbar (Lester m.fl. 2007). Det andra perspektivet är att visa upp, bygga på, fördjupa sina kunskaper samt hitta på egna problem, som bygger på samma matematiska idéer som de nyligen har bearbetat (Hagland m.fl.2005). En väl beprövad metod är Polyas fyra faser som består av att *förstå* problemet, *göra* en plan, *genomföra* planen och *se tillbaka*, reflektera (Polya, 1957). Problemlösning handlar inte om att söka svaret rätt eller fel, utan att hitta ett tankemönster och utveckla strategier. Vidare kan eleven utveckla förmågan att se samband mellan matematiken och andra vardagsrelaterade situationer som förekommer i elevens närhet. Förmågan förvärvas genom att eleven imiterar, övar och praktiserar problemlösning (a.a.). För att denna kunskap ska kunna utvecklas måste eleven förstå grunderna till lösningsprocessen som består av problemorientering, planering, utförande och utvärdering (Ahlberg, 2001). En förkunskap krävs samt att problemlösningen är anpassad efter elevernas förmågor. Därför blir det viktigt att förstå vilka data som finns, vilka villkoren är och vad man ska lösa (Möllehed, 2001). Vidare menar Möllehed att vi mobiliserar våra tankar och organiserar dem i sammanhängande tankekedjor.

Redan år 1957 gav Polya en metod som fortfarande är effektiv och tillämpas vid problemlösning. Metoden har visserligen uppdaterats och genomgått diverse omskrivningar. Det som ska vara en utveckling baseras fortfarande på Polyas fyra faser, vilket kan tolkas till att teorin har ett starkt fundament och är fortfarande en metod att ”räkna med”.

2.3.2 Olika kompetenser

Ryve (2006) betonar att idén med en bred matematiks kompetens innehåller fem inbördes relaterade komponenter; *begreppsförståelse, räknefärdighet, problemlösningsförmåga, matematiskt logiskt resonemang och positiv inställning till matematik.* Dessa fem kompetenser bildar ett begreppsligt ramverk som behandlar kunskap i matematik. Vidare framhåller han att ett problemlösingsramverk ger fördelar i reflekteringen och skapar en naturlig diskussion inom matematisk problemlösning. Kommunikativ kompetens innebär att veta hur språket kan användas för kommunikation i olika sociala sammanhang, samt hur språket kan anpassas för olika situationer. I samtalet sker både en verbal och tyst kommunikation. Den tysta kommunikationen består av gester, blickar, ansiktsuttryck, kroppshållning, pekningar samt många andra små händelser som sker under samtalet Den kommunikativa kompetensen innebär för eleven att både kunna lyssna, tolka och själv kunna föra ett resonemang i gruppen (Sterner m.fl. 2002).

2.3.3 Problemlösning i grupp

En av de metoder som används för att nå individualisering inom klassens ram är att låta eleverna arbeta i en mindre grupp. Det ger förutsättningar att tala matematik med varandra och även bygga broar mellan kända och nya strategier. Eleverna konstruerar kunskap i en social kontext, där det sker en förståelse för uppgiften och användningen av idéer och tekniker uppmanas. Med matematikens olika förutsättningar uppstår samband i sociala och kulturella situationer (Lester, 1996; Löwing, 2006).

2.3.4 Kommunikation och språk

Flera forskare, (Säljö 2000; Wyndhamn i Taflin, 2007) påstår att de sociokulturella resurserna skapas och förs vidare genom kommunikation. Detta är en av grundstenarna i ett sociokulturellt perspektiv. Eleverna har olika uttryckssätt, flera språkliga register, som används beroende på vilken aktivitet som utövas i matematikundervisningen. En viktig del i elevernas lärande är att utveckla ett väl fungerande ordförråd, där sambanden få en mening, samt ett skapande av återkopplingar mellan vardagsspråket och det matematiska språket. Genom övningar av ord och uttryck i de matematiska sammanhangen skapas en kommunikation där begrepp blir förstådda och får en betydelse. Förutsättningen är att det skapas en grundläggande förståelse till kontexten så att eleverna tolkar, samordnar och integrerar informationen i uppgiften till sin egen begreppsbildning (Sterner m.fl. 2002). Språket innehåller flera olika register och ger en vägledning till vilken diskurs som används. Den matematiska anknytningen finns i vårt vardagsspråk, men är inte ett sammanhållande matematiskt register (Riesbeck, 2008).

Riesbeck (2000; 2008) framhåller att olika diskurser medierar verkligheten på olika sätt. En diskurs är ett systematiskt sätt att tänka, tala och argumentera om en företeelse, språkets olika uttrycksformer. Genom att delta i en diskursiv praktik, som är anpassad efter elevernas förutsättningar, blir matematikinlärningen relevant. Vid matematisk problemlösning blir eleverna tvungna att pendla mellan den vardagliga diskursen och den matematiska diskursen. Språket har en stor betydelse för att hitta arbetsformerna. När vi använder språket utvecklar vi egna begrepp som i förlängningen utökar begreppsförståelsen. Eleverna kan meddela sina tankar genom olika uttryckssätt såsom verbalt, kroppsligt och estetiska uttrycksformer (Johnsen Høines, 1990). En sådan metaspråklig medvetenhet innebär att eleven kan urskilja vilken metod som är effektivast i samband med en viss problemlösningsuppgift (Evenshaug m.fl. 2001).

Det börjar med den informella matematiken som har sitt fäste i vardagliga termer och händelser. Hanteringen av laborativt material och verkliga objekt gör att medvetenheten blir konkret. Nyfikenheten stimuleras genom praktiserandet av sina kunskaper, avbilda, förklara med enkla metoder eller föra logiska resonemang (Sterner m.fl. 2002). Alla dessa komponenter ökar begreppsbildningen, skapar en helhet till varför matematikens symbolspråk finns och är användbara verktyg. Detta förutsätter en kommunikativ kompetens, en förståelse för orden i språket, samt finna drivkraften till att vilja veta och behärska de olika sambanden som finns i matematiken. Den informella matematiken håller tidigare erfarenheter i språket levande, det språk som används. Problemlösningens situation ställer krav på att kunna kommunicera ett språk, vilket ofta blir det språk som finns i första ordningen, det vill säga modersmålet (Johnsen Høines 2000).

2.3.5 Grupprocessen i en mindre grupp

Det anses att i en mindre grupp får varje individ sitt utrymme för metakognition, vilket i sin tur påverkar inlärningen samt ger en känsla av delaktighet och ökar möjligheten till återkoppling (Svedberg, 2007). Det finns en fara med en gruppkonstellation på tre personer där Svedberg betonar att den lätt kan splittras så att två personer bildar en koalition mot den tredje. Den ideala gruppstorleken, om man tittar på effektivitet, produktivitet och problemlösnings förmåga, är ett antal på fler än fyra men färre än tio gruppmedlemmar, om det finns en vana med att arbeta i grupp. Dock anser Stensaasen m.fl. (2000) att gruppen i skolverksamheten bör bestå av tre till sex elever. Lester (1996) anser att tre till fyra elever i grupparbeten med problemlösning har visat sig vara ett framgångsrikt antal, vilket gör antalet fem medlemmar acceptabelt i ett grupparbete.

När elever arbetar i grupp, tränar de på att förklara sina åsikter, bedöma kamraternas förmågor och blir då medvetna om att det finns olika strategier att lösa problem med. Elever som är osäkra på sin egen förmåga kommer att förstå de inte är ensamma om situationen och finner därmed ett stöd i gruppen. En arbetsgrupp inom skolans ramverk kallas för en formell grupp som har syftet att styra processen med rutiner eller regler. I den lilla gruppen finns möjligheter till reflektion, utrymme för diskussion och lösa eventuella frågeställningar. Som i sin tur ger plats för olika åsikter, tankar och uttryck. Det som blir tydligt i den lilla gruppen är att medlemmarna kan få ett engagemang och ett innehållsmässigt utbyte (Svedberg, 2007). I en interaktion sker en ömsesidig påverkan via språk, gester eller andra uttrycksformer (Stensaasen m.fl. 2000). Det ger en förklaring till varför gruppstorleken är av betydelse, dels för att skapa den process där eleverna lär av varandra. En mediering av kvalité kräver fokusering och intresse för uppgiften, för att skapa en process där eleverna lär av varandra (Riesbeck, 2008).

2.3.6 Affekter och komplikationer

Grupparbete är en arbetsform i skolan där eleverna till viss del ges möjlighet att arbeta under personligt ansvar i demokratiska arbetsformer tillsammans med andra elever. Det betyder att sammansättningen av grupper måste göras med stor omsorg. Problemet uppstår då läraren sätter elever i grupper utifrån sociala eller slumpmässiga skäl. Gruppsammansättningen bör ske på så sätt att eleverna som har samma behov av kunskap, samma förkunskaper och har likvärdiga ambitioner arbetar tillsammans (Löwing, 2006). Dilemmat med grupparbete i matematik är oftast att eleverna befinner sig på olika kunskapsnivåer. Den mediering som skulle ge förutsättning med att bygga broar och förankra ny kunskap kan utebli på grund av att det inte finns någon gemensam matematik att diskutera (a.a.). Eleverna behöver förstå och knyta samman sin närmiljö med den matematik de tänker och utmanas med. I det verkliga livet finns matematiken runt omkring dem genom att sortera, ordna, jämföra, planera, göra tankemodeller eller att skapa nytt. Ändå är verkligheten annorlunda och eleverna verkar omedvetna om att matematiken finns i allt det som omger dem. Den matematiska tankeprocessen är ett hjälpmedel för att kunna förstå, förklara och förutsäga många olika fenomen i omvärlden (Hagland m.fl. 2005).

Nilsson (2005) menar att de individer som är oerfarna att samarbeta i grupp har oftast dålig självbild, för att de har fått för få tillfällen att jämföra sig själv med andra. Detta skapar en brist på tillhörighet och lojalitet mot andra och därmed en dålig social kompetens. Individens prestationer i matematik påverkas av en mängd olika affektiva faktorer så som motivation, intresse, självförtroende och erfarenheter. Dessa känslor är situationsrelaterade och kan bli dominanta samt styra personens handlingar och tankar (Lester, 1996). Problemlösningsuppgifter får inte bli en extra uppgift eller delas ut som en tankebearbetare för de elever som inväntar de andra eleverna. Då kommer en klyfta skapas och medföra till att det finns elever som aldrig kommer att få pröva en problemlösning.

2.4 Tidigare forskning

Forskningen om matematisk problemlösning är omfattande och det resulterar i att det formuleras en mängd olika teorier om hur människor går tillväga när de löser problem. Forskningens huvudsakliga bidrag har varit att studera olika problemlösningsstrategier. Det har betonats att det viktigaste i matematikundervisningen är att elever lär sig utnyttja olika strategier och får utveckla sin metakognition. Olika studier har gjorts kring begreppet *problemlösning.* Möllehed (2001) menar att problemen skall ha vardagsanknytning med en matematisk karaktär som eleverna kan möta i vardagslivet utanför och efter skolan. Svårigheten ligger i att finna sådana problem eftersom det som är vardagsrelaterat för en elev, kan upplevas konstruerat av någon annan. Möllehed (2001) har själv lösningen på detta genom att låta eleverna själva skapa egna problem som de sätter in i ett relevant sammanhang och låta klasskamraterna lösa dem. På så sätt ger inte elever upp och lämnar problemet om det inte går att lösa inom de närmaste tio minuterna. Då uppstår en vilja med att kunna fortsätta lösa problemet. Är denna strävan tillräckligt stark lämnar den problemlösaren ingen ro förrän problemet har fått en lösning. Om detta resonemang är baserat på elever med vana för uppgiften, väcks en nyfikenhet om hur det kan utvecklas för en grupp med ringa erfarenheter i omtalad situation.

Forskningslitteraturen kring hur elever hanterar benämnda uppgifter, visar resultat på de svårigheter eleverna möter i matematiska resonemang. Problemet består av att kunna översätta det vardagliga språket till en matematisk tolkning (Riesbeck, 2000). Ett annat dilemma är att många elever har ett alldeles för snävt perspektiv. De tycker att det är viktigast att få fram ett korrekt svar på en förelagd uppgift. När de känner att de inte kan lösa uppgiften direkt, vill de bli lotsade och höra enkla förklaringar från pedagogen. Enligt Riesbeck (2000) måste eleverna träna på att genomföra en problemlösning och befästa enskilda aritmetiska operationer, lära sig de matematiska redskapen och procedurerna, innan de klarar av att lösa matematiska problem. För detta krävs en högre prioritering av fenomenet problemlösning i dagens skola. Även Hagland m.fl.(2005) och Taflin (2007) instämmer att diskussioner av matematiska begrepp och strategier är viktiga vid problemlösning. Eleverna ska ges möjligheter till att lösa problemlösning i matematik på ett sådant sätt att alla elever i en klass kan ha något att bidra med vid en gemensam diskussion (a.a.). Även Ahlberg (1995) lägger tonvikten på hur viktigt det är att eleverna ges möjlighet att ta del av kamraternas lösningsmetoder. Vidare samtalar de om dem för att få en uppfattning om olika perspektiv på problemet. Jämförelsen medverkar till att eleverna får gensvar och reaktioner på sina lösningsförslag, vilket medför till att de reflekterar över sitt eget tänkande och sina kamraters. I ett erfarenhetsbaserat lärande lyfts mångfalden och variationen fram ur elevernas tänkande, vilket påvisar den språkliga och sociala dimensionen i matematik. Det är viktigt att påpeka att forskningsresultaten oftast inte ger några riktlinjer till hur undervisningen skall bedrivas, men kan ge förklaringsmodeller till hur elever bildar kunskap. Många forskare är eniga om att elevers problemlösningsförmåga bör utvecklas via en undervisning som uppmuntrar och utvecklar denna förmåga.

3. Syfte

Syftet med vår studie är att undersöka hur elever i skolår 5 kommunicerar i mindre grupp kring ett matematiskt problem. Vi vill utifrån denna problemlösningssituation diskutera och analysera elevernas verbala och tysta kommunikation, samt hitta skillnader och likheter mellan de tre olika observationsgrupperna. Begreppet kommunikation är huvudinriktningen som bryts ned i tre centrala begrepp, vilket ska förtydliga och följa elevernas tankeled under observationen. Dessa tre begrepp är *språket*, *strategier* och interaktioner i *grupprocessen*. Genom att fokusera på tre perspektiv som kan beskrivas utifrån kommunikation, uppstår gränser mellan händelser och tolkningar. Dessa avgränsningar kan bli de verktyg som ringar in delarna till att bli en helhet. De variationer som uppstår kan bekräftas och indelas under respektive begrepp, oberoende av vilken grupp som observeras under pågående process. För att hålla en stringens, har varje begrepp sin definition som är gällande för denna studie.

3.1 Begrepp i studien

Nyckelord: matematik, problemlösning, strategi, kommunikation, språk, grupprocess, mediering.

Nyckelorden är termer som återkommer i detta examensarbete. Nedan följer en kort beskrivning av varje nyckelord.

Matematik: Den har funnits i mer än 5000 år och har fortfarande en utvecklande process. Den innefattar begrepp, metoder och modeller. Matematiken används i vardagslivet, yrkeslivet samt i samhällelig och vetenskaplig verksamhet. Det är att lösa olika beräkningar och förstå problem. Matematiken innehåller olika grenar som har en sak gemensamt. Det handlar bl.a.

om tal, deras egenskaper och om förhållanden. Matematiken är ett slags språk som vi använder för att tala om kvantiteter, olika mängder som vi kan räkna eller mäta som genererar i tal. Dessa fenomen träffar vi på inom vetenskap, teknik, handel, ekonomi samt på många andra områden. Matematik är också att se figurer och mönster (NE, 2010; Boaler, 2009). Riesbeck (2008) förklarar att det är matematikens abstrakta natur som skapar och ger utrymme för ett mångfasetterat ändamål, samt tillämpbar i olika konkreta situationer. Vidare betonas att språket är en bas, ett redskap, som skapar förutsättningar med att tolka och förstå matematikens användbarhet.

Problemlösning: Den matematiska uppgiften som ska lösas är inte av standardtyp utan den utgörs av ett för problemlösaren okänt problem. Den som löser problemet måste bland annat ha förmågan att tolka problemet och veta vad som ska lösas. För att en matematisk uppgift ska uppfattas som problem måste problemlösaren vilja lösa problemet utan för den skull känna till på vilket sätt detta kan ske (Taflin, 2007; Hagland m.fl. 2005). Vidare menar Taflin att problemlösning är ett sätt att lära och detta paradigm finner vi i de nu gällande kursplanerna (Skolverket, 2000). Polya (1957) beskriver problemlösning som en praktisk verksamhet där eleven härmar, imiterar, övar och praktiserar skickligheten.

Strategi: Enligt Möllehed (2001) får eleverna möjlighet att finna sin strategi genom att använda egna metoder att lösa problemen med. I NE (2010) beskrivs strategi som ”långsiktiga övergripande tillvägagångssätt”. Strategier är speciella metoder för att lösa ett problem t.ex. välja en eller flera operationer, rita bilder, söka mönster, göra en tabell, teckna en ekvation, gissa och pröva, arbeta baklänges, lösa ett liknande enklare problem (Hagland m.fl. 2005;Taflin, 2007).

Kommunikation: Wistedt (2001) skriver att begreppet kommunikation kommer från latinets *communicare*, som betyder att skapa gemensam förståelse. Kommunikation innebär således att i samspel med andra skapa och utbyta implikationer – att samtala. Kommunikation innebär även att vara i en viss diskurs. Det innefattar språkets olika uttrycksformer som kan vara att tala, skriva, tänka i samspel med andra (Riesbeck, 2008).

Språket: Genom språket kan vi kommunicera med varandra. Talspråket är det verbala uttryckssättet som också förmedlar attityder och emotionella tillstånd. När vi använder språk utvecklar vi också egna begrepp (Sterner m.fl. 2002). Språket är ett utomordentligt hjälpmedel för vårt tänkande. Det talspråk som används spontant är språket i första ordningen, vilket är modersmålet (Johnsen Høines, 2000). Det matematiska språket består av olika begrepp som måste läras in och befästas. Genom att ge namn åt företeelser och begrepp ger vi mer beständighet åt dem i vårt tänkande och kan därför hantera dem lättare (NE, 2010). Det fungerar som ett tankeredskap. En vidareutveckling av språket är det tysta uttryckssättet. Inom denna ram räknas fingerräkning, pekningar, gestaltning, mimik och gester (Sterner m.fl. 2002). Detta uttryckssätt förstärker det verbala språket och fyller en viktig funktion för tänkande och problemlösning. En annan form av språk är estetisk utformning. Genom att rita och måla förmedlas elevens tankar och idéer. För Vygotskij har språket i sig själv en viktig funktion att fylla som redskap för tänkande och problemlösning (Riesbeck, 2000).

Mediering: Begreppet medierar, som kommer från tyskans Vermittlung (förmedla) är centralt i det sociokulturella perspektivet. Människor står inte i direkt, omedelbar och otolkad kontakt med omvärlden utan vi människor hanterar den med hjälp av olika fysiska och intellektuella redskap som inom den sociokulturella teorin benämns som artefakter. Redskapen/verktygen artefakterna medierar verkligheten för människor i konkreta sammanhang. Vi använder dem för att tolka vår omvärld. Dessa redskap/verktyg – artefakter, kan vara dels intellektuella (språkliga) redskap som talspråk, skriftspråk, musik, gestaltning, gester, mimik etc., dels fysiska redskap som pennor, miniräknare, kartor, jordglob, böcker och tabeller. Mediering sker inte bara med hjälp av artefakter och teknik. Det viktigaste medierande redskapet är språket. Ord och språkliga utsagor medierar omvärlden för oss och får den att framstå som meningsfull. Med hjälp av kommunikation med andra kan vi samspela med våra medmänniskor i olika aktiviteter (Säljö, 2000; Riesbeck, 2008).

Grupprocess: Grupprocesser innefattar alla de åtgärder som utvecklas i en grupp när de konfronteras med en uppgift. Ett sätt att undersöka grupprocesser på är att studera de interaktioner som uppstår i grupperna (Stensaasen m.fl. 2000).

3.2 Frågeställningar

Vårt arbete har sin utgångspunkt utifrån en huvudfråga. Huvudfrågan utvecklas med hjälp av tre delfrågor där likheter och skillnader kommer att belysas i studien.

Hur kommunicerar några elever i grupp vid matematisk problemlösning?

- Vilket språk använder eleverna under kommunikationen?
- Vilka strategier använder sig gruppen av för att lösa problemet?
- Vilken process sker i gruppen?

4 Metod

Problemet som valdes var ett *rikt matematiskt problem* ur Hagland m.fl. (2005). Eftersom uppgiften utmanar eleven till ett varierat tankemönster och olika lösningsstrategier. Det är en öppen fråga som har flera lösningar beroende på vilka normer och kriterier gruppen sätter för problemet. Dessa kriterier finns i Lpo 94 och i Polyas (1957) fyra faser till begreppsförståelsen i problemlösning. En annan typ av problemlösning, som hade uppfyllt kraven i Lpo 94, skulle förmodligen också kunna vara ett rekommenderat alternativ. Kravet är att uppgiften skall motsvara kriterierna som finns i målen i kursplanen för matematik, samt är befintlig i elevens vardagssituation.

I denna studie görs tre filminspelningar samt ljudupptagningar på hur elever i grupp ska lösa ett matematiskt problem. Undersökningen är empirisk vilket kännetecknas med att våra kunskaper grundas på observationer av verkligheten. Empiriskt baserad kunskap är den kunskap man får genom att skaffa sig erfarenheter genom observationer av omvärlden (Patel m.fl. 2003). I vårt fall är det tre grupper med fem elever i varje grupp. Det är en kvalitativ fältstudie med deltagande observationer som faller under naturalismen (Bryman, 2002).

Valet av filminspelning ansåg vi vara nödvändigt för att kunna fånga händelser som påverkar processen, vilket en ljudupptagning inte kan förmedla. Inom detta område finns den tysta kommunikationen som sker bl.a. med genom blickar, gester och kroppskontakt (Johansen HØines, 1990; Sterner m.fl. 2002). Den tysta kommunikationen kan innehålla både positiva och negativa handlingar, där även användandet av artefakter blir en del av händelsen, till exempel bli ett störande moment eller bli tillförande i processen.

Observatören är inte styrd av några på förhand utarbetade kategorier eller teoretiska antaganden utan samlar in så mycket information som möjligt om de grupprocesser som uppstår i grupperna. Empirin ska tolkas utifrån språket, strategier och processer, eftersom syftet med studien är att identifiera, beskriva och tolka kommunikationen i en mindre grupp utifrån den sociokulturella teorin.

4.1 Förberedelse

I studiens begynnelse kontaktades de utvalda klassernas pedagoger för att få ett medgivande för elevernas medverkan i vår fältstudie. Efter pedagogernas godkännande skickades det ut en skriftlig förfrågan (bilaga 1) till vårdnadshavarna, tillsammans med veckobrevet. Enligt Humanistisk- Samhällsvetenskapliga Forsknings Rådet (HSFR, 2006) följs normerna inom informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet eftersom eleverna som ingår i studien är minderåriga. I brevet presenterade vi oss själva, vårt syfte och mål med att filma eleverna under en pågående problemlösningsuppgift i matematik. På föräldramedgivandet fick målsman intyga om de godkände sitt barns medverkan.
Vi lånade utrustningen på en närbelägen skola eftersom det var det smidigaste tillvägagångssättet. Vi valde ut problemet (bilaga 2) och gjorde en arbetsbeskrivning (bilaga 3) som innehöll ett uppgiftsblad till eleverna, de fyra lösningsmetoderna, kategoriserade lösningsstrategier, en struktur och handledning inför och under observation samt utarbetade frågeställningar som skulle användas för att hjälpa grupperna vidare (bilaga 4).

4.2 Urval

Vi valde tre skolor på en mindre ort i Skåne. Urvalet föll sig på år 5 med tanke på de nationella proven och uppnående målen i kursplanen för matematik (Lpo 94).

Utifrån de medgivanden vi fick, kunde vi sedan göra vårt urval. Pedagogen valde efter vårt kriterium, som lyder; *att vara kommunikativ i grupparbete.* Utgångspunkten var att involvera kommunikativa elever som vi ville skulle ingå i vår studie. Infallsvinkeln följer inte de rekommenderade normerna som den vetenskapliga litteraturen förordar, vilket vi är införstådda med. Kriteriet kom av ”kommunikation” som är ett av nyckelorden i vår studie, samt den röda tråden i kursplanen för matematik, vilket gör urvalet intressant och samtidigt relevant för denna undersökning. Tidigare gjorda studier blev en hjälp när gruppens storlek skulle utses. Antalet fem medverkande elever blev det satta beslutet för denna studie.

4.3 Genomförande och Miljö

Observationen skulle vara öppen och genomföras i gruppernas naturliga miljö, det vill säga det grupprum där sessionen hölls. Starten av observationen inleds med en presentation av oss, syftet, problemet samt materialet. En elev fick börja med att läsa upp problemet för gruppen. Genom att starta med ett samtal uppstår en förtrogenhet och en balans mellan forskarna och eleverna. Uppstarten är viktig, dels för att undanröja eventuella frågetecken och samtidigt skapa en trygg miljö (Lindqvist, 1999; Hagland m.fl. 2005). Forskaren antog rollen observatör som deltagare, vilket innebär att observatörens främsta syfte var att observera och inte delta aktivt i gruppens arbete. Observatören medverkade endast när eleverna tappade fokus eller fastnade i sina lösningsstrategier med inflikande frågor.

De tre undersökningarna genomfördes samma dag med en timmes mellanrum för att ge samma förutsättningar. Varje grupp är unik och ska behandlas lika med de övriga. Avsatt tid för varje observation var maximalt 45 minuter, där 30 minuter var avsedda för gruppens genomförande. Tidsaspekten fanns med vid vårt ramverk och utgångspunkten var att utföra en observation under ett lektionspass. Ett viktigt val var kamerans placering så att alla grupper hade samma inspelningsvinkel och placering. Diktafonerna och elevmaterialet, som bestod av rutat, blankt och linjerat papper, pennor med fyra olika kulörer, en blyertspenna och ett radergummi, placerades mitt på bordet. Eleverna numrerades från A till E för att underlätta transkriberingen och tolkningen av observationen. Det valda problemet var ett rikt matematiskt problem ur Hagland m.fl.(2005) som benämns med *Glassarna.* Det är en öppen fråga som har flera olika lösningar beroende på vilka normer och kriterier gruppen sätter för problemet. Uppgiften valdes med tanke på elevernas ålder och utifrån deras vardagsanknytning. Problemets frågeställning lyder:

Lisa ska köpa glass i kulor och kan välja mellan fyra olika smaker.
Hon vill ha tre glasskulor i sin strut.

> *A. På hur många olika sätt kan hon välja sin glass?*
> *B. Skulle ni kunna hitta på ett liknande problem?*

4.4 Bearbetning och analys

Under observationerna fördes anteckningar som skulle bidra till en djupare förståelse om vad som händer mellan eleverna, samt bli en hjälp till film- och ljudupptagningen. Efter observationerna samlades allt material in och sorterades efter varje grupp. Filminspelningen av de tre grupperna överfördes till en DVD-skiva och de inspelade samtalen via diktafon avlyssnades och transkriberades. Filmens händelser bearbetades utifrån ett tidsperspektiv samt noterades den tysta kommunikationen som förekom i grupperna. Diktafonerna gav samtalen en egen stringens genom att inte bli påverkade av händelser eller den tysta kommunikationen. Därefter skedde en sammansättning av samtal och händelser med tidsangivelser för att binda de båda upptagningarna till varandra. Observationerna studerades vid flera tillfällen för att hitta eventuella likheter eller olikheter. Allt material har granskats och analyserats flera gånger och vid olika tidpunkter för att utesluta egna antaganden. Urvalet av valda dialoger och händelser gjordes efter en språklig diskursanalys. Där identifieringen av språkliga sammanhang görs med att tolka talspråkets vardagliga och matematiska diskurs. Vidare tolkas interaktionen, medieringen, samt hur artefakter används som redskap och resurser. Från ett sociokulturellt perspektiv analyserades *språket, strategier* och *grupprocesser,* där den verbala och tysta kommunikationen finns representerad. Gee (2005) förklarar att diskursbegreppet innefattar hela den kommunikativa handlingen. Valda delar ur samtalen har sen i sin tur lyfts fram i resultatet för att besvara huvudfrågan och dess underfrågor. I en sammanfattande del redogörs vilka likheter och skillnader som var befintliga. Valet av vetenskaplig metod beskrivs i Bryman (2002) och kommunikationen analyseras genom diskursbegreppet, som är tolkat ur Riesbeck (2008). Att göra rätt eller fel är ingen utgångspunkt i denna studie.

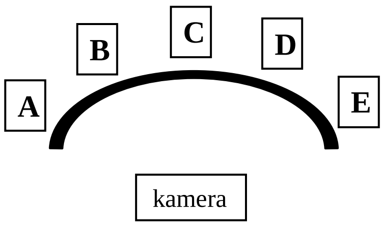
4.5 Validitet och reliabilitet

Enligt Bryman (2002) omfattar validitet att man använder sig av rätt sak vid rätt tillfälle. Hur man observerar och identifierar de data som anses relevanta för studien. Utgångspunkten är att bedömningen och de gjorda slutsatserna från en undersökning har en trovärdighet. Reliabilitet omfattar pålitligheten i en studie. Den berör frågan *om resultatet från den gjorda undersökningen blir konstant*, även om den upprepas vid ett senare tillfälle. Det som kan påverka är den sociala miljön och de sociala betingelser, vilket gör det nästan omöjligt att göra den replikerbar (Bryman, 2002). Reliabilitet i detta arbete stärktes genom att vi var två personer som genomförde observationen. Ytterligare stöd fick vi genom film- och ljudupptagning av kommunikationen i gruppen samt egna anteckningar som förstärkte händelserna. Tillvägagångssättet skulle kunna bli annorlunda samt att strategier skulle kunna skilja sig en del, beroende på vem vi valde att undersöka. Situationerna och objekten kan förändras eftersom varje observation i sig är unik men pålitligheten skulle vara densamma.

Angående validiteten anses det att mäta de fakta som är relevanta för studiens frågeställning, nämligen vilken kommunikation eleverna använder vid problemlösning samt de tillvägagångssätt som används för att lösa problemet. Validitet innebär att säkerställa en överenskommelse mellan begrepp och observationer (Bryman, 2002). Där utvalda mätmetoder mäter just det som avses att mäta. Vilket är förhållandet mellan syfte, frågeställningar, resultat och analys som ska vara sanningsenligt (Patel m.fl. 2003).
Medvetenhet om öppna frågors betydelse gav observationerna den stringens och möjlighet till olika utfall utan att trovärdigheten tappade status. Att observationerna skedde samma dag ökar förutsättningarna för att det blev likvärdigt för de tre utvalda observationsgrupperna.

5 Resultat

Gruppmedlemmarna i observationerna har vi döpt till A, B, C, D och E. Där A till E har samma position i alla de tre grupperna, från vänster till höger. Vid numrering av grupperna använder vi 1, 2 och 3 som beteckning. Observatören benämns med bokstaven O. Denna förenkling av benämningen för de medverkande bidrar till att resultatet, analysen och diskussionen blir mer följsam och överskådlig att följa. Genom att utesluta figurerat namn, vilket skulle i denna studie bli 15 stycken, kan läsaren följa händelserna i varje grupp utifrån bokstävernas placering. Numreringen av undersökningsgrupperna ger arbetsmallen en konkret tolkningsmetod.

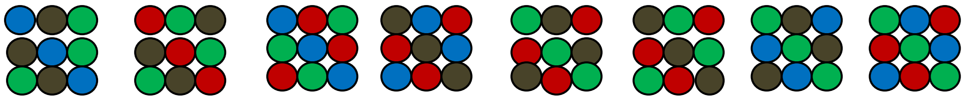


Lösningarna på den öppna uppgiften är beroende på vilka kriterier som används och möjligheterna varierar. Det finns fyra olika:
Antal sätt att välja **r** stycken (antal) bland **n** olika möjligheter (Hagland m.fl. 2005).

	Upprepning är förbjuden	**Upprepning är tillåten**
Ordningen är viktig	**P(n, r)** P(4,3) = 4*3*2 = 24	**n^3** 4^3 = 4*4*4 = 64
Ordningen är inte viktig	**C(n, r)** = P(4,3)/3! C(4,3) = 4*3*2/1*2*3 = 24/6 = 4	**C(n-1 + r, r)** C(4-1+3,3) = C(6,3) = 6*5*4/1*2*3= 120/6 = 20

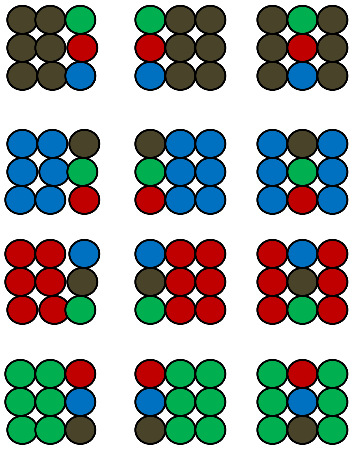
Kombinationsgrupper

20 grupperingar + 4 enfärgade = 64 kombinationer



8x3=24

=4



3x3=9

3x3=9

3x3=9

3x3=9

Totalt antal kombinationer: 64

Överst raden; inom varje grupp kan de färgfyllda cirklarna byta plats ytterligare tre gånger. Det är 8 grupper x 3 = 24 kombinationer.

Nedersta grupperna; inom varje grupp kan de olikfärgfyllda cirklarna byta plats tre gånger. Det är 12 grupper x 3 = 36 kombinationer.

5.1 Hur kommunicerar en grupp elever i år 5 kring det matematiska problemet ”Glassarna” samt vilka processer, strategier och vilket språk används?

Problemet: *Lisa ska köpa glass i kulor och kan välja mellan fyra olika smaker.*
Hon vill ha tre glasskulor i sin strut.

A. På hur många olika sätt kan hon välja sin glass?

B. Skulle ni kunna hitta på ett liknande problem?

5.1.1 Eleverna i undersökningsgrupp 1

E tar kommandot med att lägga en blankt papper framför gruppen och fattar tag i blyertspennan. Det ger en signal till de andra eleverna att också ta en penna, en färgpenna.

E: Jordgubbe, jordgubbe… päron

B: Ska vi göra strut också?

C: Det är tre kulor.

B: Just det… päron, päron, choklad

C: Ska vi ta blåbär?

Var och en i gruppen målar en färgfylld cirkel som representerar en glassmak. Tillsammans sätter de ihop tre färgfyllda cirklar av olika ”smaker” som bildar en kombination. E ringar in de möjliga kombinationerna med sin blyertspenna. Gruppen viskar till varandra och försöker hitta fler kombinationer. Nu har varje gruppmedlem någon typ av penna i sin hand. Varje medlem i gruppen representerar en färg (smak) utom E. Kombinationerna utformas genom att en i gruppen målar en färgfylld cirkel. Därefter studeras de färdiga kombinationerna för att hitta ytterligare en. Valet av nästa färgfyllda cirkel gör den person som har den färgpennan, vilket driver processen vidare. De färgfyllda cirklarna målas en efter en från vänster till höger och placeras i en rad. Kombinationerna finns ostrukturerat över hela pappret (bilaga 5). För varje ny komponerad kombination söker gruppen ögonkontakt med varandra för bekräftelse.

E: vi har gjort 16 nu.

C: Det är fler.

B: Brun, brun, blåbär

C: brun, brun, blå… ja…

E räknar de gjorda kombinationerna och kommer fram till 16 stycken. Han använder pennan och pekar på varje inringad lösning. C sitter i egna tankar medan blicken går runt på medlemmarna i gruppen. Hans tillägg med att det borde vara fler kombinationer gör att aktiviteten ökar i gruppen. Alla blir fokuserade på uppgiften och en tystnad uppstår. Från att ha urskilt de fyllda färgcirklarna som smaker, övergår de till att benämnas som kulörer. Aktiviteten börjar avta efter fem minuter och eleverna sitter tysta. Observatören ställer en fråga för att ge gruppen en ny infallsvinkel.

O: Får en glass ha båda kulorna i samma smak eller måste kulorna ha olika smaker?

Observatörens fråga får gruppen att stanna upp i sitt sökande och samtidigt tittar C frågande på observatören medan de övriga ser ner i bordet. En tystnad uppstår.

E: Ja… 3, 6, 9, 12…20

D: 21…Räkna vi den också?

E: NÄ 20

C: det borde bli 20.

A: man kan göra fyra av varje.

D: Då har vi alla nu. Ska vi se om vi har alla?

E: nä det går 5 gånger… det måste vara 4 gånger 5.

E ser ett mönster med att säga talen 3, 6, 9 och 12. Varje kombinationsgrupp innehåller tre varianter på hur en glass kan vara konstruerad samt att det är fyra smaker. C vill uppmärksamma gruppen på att antalet ska bli 20. A har konstaterat att det blir fyra kombinationer om färgcirklarna är i samma kulör. De olika tankeleden utvecklas när E fortsätter på A:s strategi genom att använda fyra av varje till fem kombinationsgrupper. Gruppen börjar bete sig som att de är färdiga med problemet efter tio minuter och D börjar titta på nästa fråga. Resten av gruppen är inte övertygade om att resultatet är korrekt.

C: Vi vill ha tre glasskulor. Man kan välja mellan fyra olika.

D: Vi måste komma överens.

E: Det borde vara 20

B: Skriv 20

E: Nästa

C: Hitta på ett eget problem.

Gruppen visar på trötthetstendenser och D uppmanar gruppen att enas om ett gemensamt svar. C:s inlägg om att antalet ska vara 20 har fått gehör i gruppen och accepterats. Det blir gruppens beslut att svaret är 20 kombinationer.

Inför nästa uppgift börjar hela gruppen viska. Alla ändrar sin sittställning och man tittar på varandra. Där sker flera olika gester som att ta sig för pannan, klia sig i håret, suckar och blickar upp i taket. D blir utsedd av gruppen till att skriva ner gruppens förslag på uppgift B. D suckar och visar på villrådighet samt frågar gruppen vad han ska skriva? Plötsligt reser sig E upp och tar pennan och börjar skriva ståendes. De andra i gruppen tittar på honom, sitter tysta och väntar. Händelsen tar några minuter. De andra gruppmedlemmarna läser vad E har skrivit. Han tar tillbaka papperet och fortsätter att skriva. Plötsligt lägger E pennan ifrån sig och sätter sig ner. De andra i gruppen tittar på E som nickar tillbaka. Då läser D upp vad E har skrivit. Det blir gruppens förslag till uppgift B. Förslaget på uppgift B lyder:

Du ska köpa 3 olika godissorter och kan välja på 4 sorter.
Hur många olika sätt kan du välja mellan?

Analys

Språket: Språket som förekommer i gruppen är vardagligt och situationsbundet utifrån deras vardagliga kontext. Det förekommer vid några tillfällen matematiska begrepp som för diskussionen vidare. Ett ord som används är ”fler” som tillhör jämförelseorden i den informella matematiken (Sterner, 2000). Gruppen för sina diskussioner genom att viska och prata med en låg samtalston. I samtalet sker både tyst och verbal kommunikation. Eleverna gestikulerar, pekar, söker ögonkontakt, ändrar ansiktsuttryck och byter kroppsställning under den tid som observationen pågick. I kommunikationen mellan eleverna förs ett resonemang där de lyssnar och tolkar varandras inlägg samt utvecklar gruppens tankeverksamhet enligt vad Sterner m.fl. (2002) förespråkar.

Strategier: Eleverna bemöter uppgiften med att rita avbilder från redan kända fenomen. De skapar sitt eget symbolspråk som ger ett konkret uttryck men kan vara svårt att tolka för en utomstående enligt Wistedt (1996). Avbildningen sker ostrukturerat på papperet genom att pröva och göra. Samtidigt går det att urskilja en struktur ett mönster genom att E ringar in varje kombination som har blivit godtagen av gruppen. Enligt Lpo 94 utvecklas variationer av strategier genom valmöjligheter och den egna förkunskapen. Gruppen gör flera olika val som bygger på gemensamma beslut. Ett exempel är när E räknar 3,6 9 och 12 finns en strategi om att se färgkombinationerna i grupper med 3. A upptäcker ett mönster där de enfärgade kombinationerna är 4 stycken tillsammans. En bra matematisk strategi är att tänka och se mönster bland figurer enligt Boaler (2009). E fortsätter att utveckla A:s teorier och ser tydligt att det finns 5 grupper med 4 i varje, genom att räkna antalet med fingrarna (ett finger symboliserar en kombination). C använder färgpennan som markör och tillsammans räknas de utformade kombinationerna där gruppen övertygas om resultatet 20 glassar, som redan finns nedtecknat på pappret. Det blir en bekräftelse på deras antydan om att det måste bli 20 glassar totalt. Gruppen förmedlar ett tydligt exempel på när den informella och formella matematiken möts i det vardagliga och matematiska språket. Genom att se ett mönster i sambandet och kontextens sociala miljö, levererar eleverna sina erfarenheter med att göra en avbildning som upprepar sig. Eleverna upptäcker hur saker och ting är relaterade till varandra genom att rita och synliggöra problemet, vilket betonas av Boaler (2009). De konstruerar sina avbildningar utifrån deras sociala kontext och får då en förståelse för uppgiften (Lester, 1996). När mängden som krävs blir ett större antal än som förväntades, använder sig gruppen av multiplikation som är en matematisk upprepning av ett tal. Eleverna har överfört sin process till att förstå antalsökningen när den är konstant.

Grupprocessen: Ledarskapet i gruppen varierar mellan medlemmarna. Denna rotation accepteras fastän rollen inte tas i anspråk av alla. Några i gruppen för det verbala språket mer än andra och får gehör för sina inlägg. Lika viktig är den tysta kommunikationen eftersom flera av eleverna utnyttjar denna form med gott resultat. Aktiviteten höjs varje gång någon tillför en ny händelse, vilket ger alla en möjlighet i processen. Genom att samtalstonen hålls på en låg nivå krävs en uppmärksamhet och koncentration på gruppens argumenterande. Det finns ett demokratiskt samförstånd där alla blir delaktiga i processen som enligt Löwing (2006) är en förutsättning för ett bra grupparbete. Efter att uppgift A anses vara löst sker en beteendeförändring i gruppen. En rastlöshet inträder och en splittring uppstår då det har passerat cirka tio minuter av observationen. Inför uppgift B kan inte gruppen enas och E tar initiativet till att konstruera en fråga utan att rådfråga gruppen. Det blir accepterat och alla inväntar E:s förslag.

5.1.2 Eleverna i undersökningsgrupp 2

Gruppen börjar diskutera med varandra direkt hur de ska göra. B tar ett blankt papper och C läser uppgiften igen. Färgpennorna ligger kvar på bordet.

E: Alltså vi måste skriva upp de olika kombinationerna. Olika smakerna.
B: Jaja… tre kulor.
A: Ska vi ha strut också?
B: Man får rita glassarna och kulorna.
C: Äh... jag vet inte… ska vi rita olika?
E: Ja, man tar typ… man tar de tre första sen…

Redan från början har E uppfattat att det handlar om kombinationer. E rekommenderar gruppen att utgå från uppgiftsbladets tre första smaker för att hitta strukturen för den första kombinationen. Varje medlem i gruppen gör sin egen kombination med en ritad strut som är gruppens gemensamma beslut. Pappret cirkulerar i demokratisk ordning. De pratar inte i munnen på varandra utan lyssnar och väntar på sitt tillfälle att få delta i kommunikationen. Efter ett par minuter visar gruppen sina fyra kombinationer och anser sig färdiga med uppgiften. Det resultat som gruppen visar upp är det minsta antal möjliga kombinationer som kan utföras för uppgift A. Gruppen svarade rätt med fyra stycken glassar, enligt deras tolkning. Observatören ställer en fråga för att ge gruppen en ny infallsvinkel.

O: Får en glass ha båda kulorna i samma smak eller måste kulorna ha olika smaker?

Gruppmedlemmarna tittar på varandra och nickar instämmande. Frågan gör att aktiviteten ökar igen.

B: Just det.

E: Då får vi rita alla dom också… Oj, så många vi kommer på då.

B: Hur många har vi? Och sen kan alla kulorna byta plats också. Jag bara skojar.

Gruppen fortsätter att rita glassarna i demokratisk ordning. Ibland är det livliga diskussioner men det råder också stunder av tystnad, där varje gruppmedlem försöker hitta en ny kombination. Gruppen granskar sitt resultat och läser igenom uppgiften igen. B ser ett mönster och förstår att smakerna kan byta plats för att bilda en ny kombination. De övriga i gruppen förstår inte vad B menar med att ”byta plats” eftersom kommentaren inte uppmärksammas.

B: Så nu har vi alla.

Gruppen befinner sig i kontextens sociala miljö där färgerna står för smaker och varje kombination avbildas som en glasstrut. De hjälps åt att hitta de olika kombinationerna genom att benämna smaker för varandra. Antalet räknas inte utan gruppen fokuserar endast på att alla smaker (färger) är representerade. B anser att alla kombinationer finns först efter att ha rådfrågat övriga i gruppen.

C: Man kan räkna allting.

A: Klara har 5 godisbitar och ska dela med 3 kompisar.

A: 4 delat med 25.

B: 4 kompisar ska dela på 25 godisbitar.

E: 100 godisbitar delas in olika.

B: 4 kompisar ska dela på 100 godisbitar.

Alla var engagerade och olika förslag gavs fritt utan eftertanke. Det framkommer av ”4 delat med 25” och ”4 kompisar ska dela på 25 godisbitar” att kontextens innehåll och det matematiska sambandet uteblir. E får gruppen att ändra riktning och B ger gruppen ett förslag, som är matematiskt lösbart i sitt sammanhang. Förslaget på uppgift B lyder:

4 kompisar ska dela på 100 godisbitar.

På hur många sätt kan de dela på godisbitarna?

Analys

Språket: Ett vardagligt språk förekommer utifrån den situationsbundna kontexten som anges i elevuppgiften. Elevernas diskussioner centreras till uppgiftens innehåll med fokus på smakkombinationer. Alla är delaktiga i diskussionen via verbal och tyst kommunikation. I den verbala kommunikationen förekommer förslag på vilka smaker som ska väljas där gruppen är lyhörda inför varandra. Eleverna tolkar, samordnar och integrerar utifrån sin vardagliga begreppsbildning, den information som finns i uppgiften enligt Sterner m.fl. (2002). I den tysta kommunikationen söker eleverna bekräftelse genom kropps- och ögonkontakt.

Strategier: Gruppen väljer att avbilda en strut med två färgfyllda cirklar i rad och en färgfylld cirkel ovanpå. Utgångsläget, för valet av den första kombinationen, är att E föreslår och pekar på de tre översta smakerna som finns på uppgiftspappret. Yttrandet blir en signal till övriga i gruppen att använda sig av smakerna som är representerade i uppgiften. Enligt Polya (Hagland m.fl. 2005) imiteras görandet, som är grunden för att förstå och utveckla samband mellan vardagsrelaterade situationer och matematiken. Eleverna utgår från kontexten och använder sina erfarenheter. Det gör att gruppen finner lösningen på ”upprepning är förbjuden” och ”ordningen är inte viktig”. B ser ett mönster och ett samband av hur kombinationerna kan förändras, vilket är en viktig egenskap som betonas av Boaler (2009). Emellertid driver B inte frågan vidare och förankrar inte sitt seende hos de övriga i gruppen. Affekten som uppstår blir osäkerhet enligt Lester (1996), vilket gör att gruppen inte reagerar på B:s upptäckt.

C betonar att matematiken finns överallt. I den egna uppgiften får eleverna komplikationer med räknesättet division. Det framgår av 5 hela godisbitar ska delas av 3 personer. Diskussionen fortsätter i samma riktning med ett nytt förslag, 4 delas på 25. Matematiskt är det genomförbart men ur den situationsbundna kontexten uppstår tankar kring helhet och delar. I detta fall är det orimligt att dela en godisbit i flera delar. För att förstå grundläggande aritmetik krävs en kunskap om befintliga verktyg samt procedurerna i matematiskt tänkande för att kunna genomföra problemlösningens alla faser hävdar Riesbeck (2000). Genom att E föreslår 100 godisbitar fortsätter B med att utveckla deras fråga. Det gör att diskussionen kommer in i rätt utvecklingsfas.

Grupprocessen: Ledarskapet sker växelvis i gruppen. Gruppens struktur följer en demokratisk ordning där eleverna upprätthåller en turordning från A-E och åter till A. Om mönstret skulle brytas återskapas ordningen direkt. Alla pratar klart och tydligt till varandra. Hänsyn visas med att lyssna på varandra, att besluten tas gemensamt och att ingen avbryter diskussionen. Hela gruppen medverkar till att processen fungerar utan avbrott. Det skapas effektivitet genom att gruppen demokratiskt producerar kombinationer utifrån gemensamma beslut enligt Svedberg (2007). Redan från start är aktiviteten på en hög nivå.

Efter tolv minuter avtar koncentrationen och aktiviteten i gruppen. Diskussionerna dämpas, gruppmedlemmarna tystnar och bestämmer att deras två lösningar är svaret på första uppgiften. E visar med sin kroppsställning en trötthet med att hänga med huvudet och stötta överkroppen med armen. C och D tittar i taket och ändrar sittställningar. Uppgift B vänder situationen och aktivitetsnivån höjs. Energin kommer tillbaka då diskussionen baseras på elevernas egna idéer. Med stöd av Möllehed (2001) går situationen att undvika om eleverna får konstruera sina egna problemlösningar. Han betonar att viljan förstärks när eleverna själva skapar egna relevanta problem, vilket förhöjer koncentrationsförmågan och strävan att vilja lösa problemet.

5.1.3 Eleverna i undersökningsgrupp 3

Gruppen börjar direkt diskutera men varandra om hur de ska angripa problemet. E ger ett blankt papper till B som i sin tur skjuter över pappret till A. Under tiden trummar C med färgpennorna mot varandra i luften. A tar kommandot över gruppen genom att styra med vilka smaker som ska väljas samt utser vem som ska börja rita den första kombinationen.

E: Ta olika smaker på olika ställen.

A: Kanske päron.

B: Vi kan ju ta jordgubbe, päron, päron…godare med blåbär.

A: Och choklad.

D: Nej päron är godare.

A: Man kan ta päron, jordgubbe…

D: Skriva det på papper..

C: Okej.

B: Jag kan börja… strut?

A: Rita först kulor. Nej.

E: Kan vi inte, först struten.

D: Du ritar för stort … nej vi ska rita flera, på olika sätt.

A: Vi ska göra flera.

D: Rita en liten.

C: Inte jätte liten.

B ritar en strut på halva A4 pappret**,** vilket skapar irritation hos de övriga i gruppen. Det finns samarbetssvårigheter som att enas om strutens storlek och vilka smaker som ska väljas till den första struten. Gruppen ställs inför flera val, vilket de lyckas lösa och som driver processen framåt. Alla är aktiva och deltar, samt skapar sin position i gruppen.

B: En päron, choklad kanske.

A: E sköter tänkandet. Ta inte illa upp.

A: Åh.. så gör vi en ny strut.

A: Choklad, jordgubbe, blåbär.

A: Jag får välja smaker… choklad, jordgubbe, blåbär.

E: Måste kunna lägga dem på olika sätt.

A: Men det gör vi ju..på staplar och så…

D: På den sidan.

C: Ja... där.

A: Det ska vara olika sätt att lägga den på.

B: Nej det är olika smaker.

A: Olika smaker?

D: Men man kan ju välja sin glass.

A: Det var smart.

A: Osså tar vi päron, päron, jordgubbe.

D: Det kommer att vara många sorter.

C: Det kommer att ta hela dagen.

C och D ritar färgfyllda cirklar som A har bestämt. E försöker att skapa en struktur, strategi, på hur de färgfyllda cirklarna ska utformas och placeras. Flera gruppmedlemmar upptäcker mångfalden av antalet kombinationer och visar med sitt kroppsspråk en matthet.

A: sen kan vi ta hallon… jordgubbe, blåbär, blåbär

B: vi ska komma på ett ungefär samma problem som det här.

A: ok vi har bara choklad

B: vi ska komma på ett liknande problem om glassar

A: kulor på pinne

B: nej olika varmkorvar. Vad kan man ha på korven?

Det råder en splittring och gruppen har inte ett gemensamt mål. B tar uppgiftspappret och läser nästa uppgift. Det har passerat drygt fem minuter sedan gruppen började med uppgift A. B har tröttnat på första uppgiften och vill skapa nytt fokus genom att lyfta nästa uppgift. Med språkets hjälp och med ett val som kan intressera de övriga i gruppen, lyckas B med sin mediering.

E: 3 gånger 4 är 12…3 4 5 6.

A: vad räknar du nu? 3 gånger 8 är 24.

E: Jag tror att det är fler.

A: Ok… jordgubbe, jordgubbe blåbär.

E: Jag tror att det är flera.

B: Jag tar en till.

D: 9.

E: Det är flera… flera på varje man kan ju göra.

A: Va!

E: Det blir ju fler. Inte bara 12. Det blir faktiskt fler.

D: Blåbär, blåbär…

A: Ja det blir fler än 12…24.

B: 12 gånger 4.

A: 48.

D: Ja 48 glassar.

A: Jag orkar inte rita fler glassar.

E: 4 gånger 3 det går 3 på varje strut… 4 gånger.

A: 48 strutar.

D: Så vi måste göra 48 strutar.

A: Nej det kan inte vara så.

B: 12 gånger 3 då… 12 stycken … 3 kulor.

A: 5 6 7 8 9 … 15 Man ska inte räkna kulorna.

A: 35 36 37…37.

E: Men man ska inte räkna kulorna.

E böjar se ett mönster med tre smaker i rad och att det finns fyra olika kombinationer att framställa. Samtidigt ändrar E diskursen från det vardagliga till det matematiska språket genom att uttrycka sig i matematiska termer. Den övriga gruppen följer inte E:s ledtrådar utan gör egna antagningar och beräkningar. Utgångsläget för antalet kombinationer blir de tolv ritade glassarna (se bilaga 7). E nämner multiplicerat med fyra, vilket ger en ny ledtråd till A, B och D. Nu försöker E återigen att föra gruppen till sitt tankeled utan framgång. En ny strategi utformas av A genom att räkna de färgfyllda cirklarna.

E: Jag fick det till 6. Man gör så här 1,2,3, 1,2,3, 1,2,3, 1,2,3, 1,2,3, 1,2,3.

D: Vänta… 4, 6.

E: Sen kan man göra så här… det måste vara 12.

A: Men vi har ju hittat fler än 12?

D: 12 gånger 4.

C: 48.

E: Det blir 12. Det har vi räknat ut.

E räknar kombinationerna med pekfingret och gör en avprickning på ett linjerat papper. E får inget gehör ifrån gruppen som fortfarande diskuterar 12 multiplicerat med 4 som är lika med antalet 48. E är inte nöjd med svaret på uppgift A och fortsätter ensam med att försöka finna fler kombinationer. Under tiden blir resten av gruppen fokuserad på uppgift B.

E: ska man ha 3 peruker?

A: Ja i olika färg… grön, röd, blå

B: Ska vi inte använda godis istället.

E: Ska jag skriva?

A, B och C diskuterar godissorter medan E skriver ned uppgift B på det linjerade pappret som användes innan för avprickningen. D ingår inte i diskussionen utan tecknar en seriefigur på egen hand. När E har formulerat frågan till uppgift B görs där en kontrollräkning på avprickningarna. E finner fler kombinationer och tillför fler streck i resultatet.

Förslaget på uppgift B lyder:

> *Det finns 4 godisar och du har bara råd till 3.*
> *Vilka olika sätt kan du välja.*

Analys

Språket: Språket är vardagligt utifrån sitt sammanhang och i den kontext som gruppen kan associera till sin sociala miljö, allt enligt Lindqvist (1999). Den verbala kompetensen framträder tydligt, dock uteblir den kommunikativa kompetensen som innebär att kunna lyssna, tolka och föra egna resonemang i gruppen, som Sterner m.fl. (2002) betonar. Den tysta kommunikationen sker med att eleverna avviker från grupprocessen genom att starta egna små händelser via estetiska uttrycksformer i enlighet med Johansen Høines (1990). Ett par exempel kan vara att leka och stapla färgpennorna på bordet samt att teckna en bild som avviker från uppgiften. När E använder det matematiska språket, följer inte resten av gruppen med i resonemanget. Orsakerna kan bero på att eleverna befinner sig i olika stadier där lärandemiljön som krävs för vidare begreppsbildning enligt Lindqvist (1999) saknas.

Strategier: Gruppen väljer att avbilda en strut där de färgfyllda cirklarnas placering varierar från stapel till led samt olika grupperingar. Utgångsläget för den första kombinationen är att A föreslår smakerna päron, blåbär och jordgubbe som C och D målar efter att B tecknat struten. A fortsätter att föreslå nya smaker utifrån sin egen smakupplevelse utan att kontrollera eller beräkna efter en strategi. E använder en matematisk strategi, där tre upprepas fyra gånger, upprepad addition. Ett mönster och samband som finns i multiplikation, som förespråkas av Boaler (2009) och finns även nämnt i Lpo 94. E kontrollerar sin strategi genom avprickning. E använder sig av både formell och informell matematik i samma uppgift, vilket Johansen Høines (2000) bekräftar är en strategi.

Grupprocessen: Ledarskapet besitter den som tar sin plats i diskussionen. A tar den positionen och delegerar till övriga i gruppen vilka val som ska göras. Det finns ingen sammanhållande dynamik i gruppen. Detta visas genom att E ser att det är ” 4 gånger 3 det går 3 på varje strut… 4 gånger” och påtalar att det måste vara fler kombinationer. Antalet tolv glasstrutar finns redan ritade på deras papper (bilaga 7), därav finner övriga gruppen en lösning med att multiplicera tolv med fyra. Slutsatsen finns inte förankrad i gruppens process utan blir ett antagande där E fortsätter ensam att finna en lösning. Den mediering som kunde uppstå, förankra kunskap och bygga broar uteblir eftersom det inte finns en gemensam förkunskap i matematiska sammanhang, här finner vi stöd från Löwing (2006). I början av grupprocessen var gruppen samspelta och ville utföra uppgiften gemensamt. Redan efter fem minuter tröttnade flera medlemmar och sammanhållningen började upplösas. Det resulterade i att andra aktiviteter startades som var utanför uppdraget. Affekter som okoncentration, osäkerhet och ointresse möter förmågan att inte vilja ge upp, vilket påverkar gruppens prestationer och visas tydligt genom handling, allt enligt Lester (1996).

6 Sammanfattande analys

6.1 Språket i gruppen

I de tre olika observationsgrupperna finns en gemensam utgångspunkt i den verbala kommunikationen. Det språk som dominerar utgår från kontextens sociala sammanhang och det språkliga registret befinner sig oftast i det vardagliga talspråket. Detta är en händelse som Riesbeck (2008) omtalar i sin avhandling. Elevernas diskussioner inriktas på uppgiftens innehåll med fokus på smakkombinationer. Det matematiska språket framträder oftast som informellt. Det synliggörs genom färgfyllda cirklar som symboliserar glasskulor, vilket blir representationen av olika kombinationer. Språkligt används jämförelseord som ”*fler*” både som uttalat och underförstått i gruppernas resonemang. Den tysta kommunikationen förekommer i alla grupperna men uttrycks på olika sätt. I grupp 1 och 2 visas den med gester, miner, blickar och rörelser, för att förstärka den verbala kommunikationen. I grupp 3 uppstår den tysta kommunikationen utan samspel med övriga medlemmar. Den tillför inte processen en progression utan genomförs i avskildhet utan samverkan. Stöd för resonemanget är hämtat från Sterner m.fl. (2002); Lindqvist (1999); Säljö (2000) och Wyndham i Taflin (2007). Ingen av grupperna visar att ett tydligt begreppsligt ramverk finns representerat i deras arbetssätt, vilket är grundläggande för att skapa ett språkligt sammanhang enligt Ryve (2006).

Det finns skillnader mellan grupperna i användandet av det formella matematiska språket. Matematiska begrepp används av grupp 1 och 3, vilket utesluts helt i grupp 2. Emellertid finns det en skillnad mellan grupp 1 och 3. Grupp 1 för ett resonemang och visar på en förståelse till begreppen, medan delar av grupp 3 tolkar och resonerar utan att förstå sammanhanget, vilket Ryve (2006) är inne på liknande resonemang. Den kommunikativa kompetensen existerar i grupp 1 och 2 där eleverna lyssnar, tolkar varandras inlägg under demokratiska former. I grupp 3 finns ingen sammanhållning eftersom olika förslag ges utan en rimlig förklaring. Koncentrationen avtar på den givna uppgiften och skapar förvirring i begreppsförståelsen. Därför uppstår oförmågan att lyssna och tolka varandra. Detta är något som anses av Sterner m.fl. (2002) vara en nackdel om kompetensen i social samverkan uteblir.

6.2 Strategier i gruppen

Grupperna gör en avbildning utifrån kontexten där grupp 2 och 3 använder sig av en helhet av objektet. Valet i grupp 1 är att avbilda glassmakerna med färgfyllda cirklar som bildar en helhet. De fyra färgpennorna blir automatiskt symboler för glassens smaker, där grön blir päron, röd blir jordgubbe, brun blir choklad och blå blir blåbär. De tre inlämnade dokumentationerna består av ett eget skapat symbolspråk som representerar den informella matematiken, vilket beskrivs i Taflin (2007). De matematiska beräkningarna benämns i diskussionerna utan att dokumenteras av grupperna. En handling som medför att endast utvalda faser ingår i begreppsbildningen och förståelsen till problemlösningens metodik enligt Polya (Hagland m.fl. 2005).

I grupp 1 är avbildningen ostrukturerad och kombinationerna är utspridda på hela papperet. Denna strategi utvecklas och formas till ett läsbart mönster för de involverade. Strategin bygger på ett gemensamt val utifrån deras förkunskaper, ett mönster, som enligt Lpo 94 är en grundläggande kunskap i matematik. I grupp 2 och 3 är avbildningen strukturerad och kombinationerna kommer i följd efter varandra. I samband med uppgiften väljer grupperna en gemensam problemlösningsmetod som de anser är effektivast, vilket innebär en metaspråklig medvetenhet enligt Evenshaug m.fl. (2001). Skillnaden mellan gruppernas färgfyllda cirklar är deras placering i struten. De placeras på ett led, i stapel eller i en triangelformad gruppering. Förmågan med att se mönster och samband av hur kombinationerna kan förändras eller upptäcks, finns i grupperna. Den uttalade matematiska strategin blir påtaglig vid upprepade additioner från grupp 1 och 3, samt att grupp 1 gör en progression i strategin till multiplikation. Den processen finns inte i grupp 2 eftersom det matematiska språket inte används. Stöd för resonemanget, där informell och formell matematik möts, är hämtat från Johansen Høines (2000).

6.3 Processen i gruppen

I grupp 1 och 2 sker ledarskapet växelvis mellan gruppmedlemmarna. Grupperna upprätthåller en demokratisk ordning, där alla hjälps åt att bevarar turordningen för målandet av de färgfyllda cirklarna. De lyssnar på varandra och tar gemensamma beslut. Båda grupperna visar på ett engagemang och en vilja att lösa de givna uppgifterna genom en hög aktivitetsnivå. Prestationen förbättras då eleverna tillför nya händelser genom att göra val och ändra strategi. Den ömsesidiga förståelsen är en förutsättning för ett bra grupparbete anser Löwing (2006) och Svedberg (2007). I grupp 3 tas ledarskapet av den som för diskussionen och delegerar ut de val som ska göras till övriga i gruppen. Dynamiken i gruppen uteblir efter fem minuter, eftersom det gemensamma intresset av att lösa uppgiften värderas olika av eleverna. Det som utmärker grupp 3 från de övriga är hur deras vardagsspråk integreras med det matematiska språket, utan ett befintligt stöd. Det skapar gissningar utan förankring i det matematiska sammanhanget. Detta resonemang stöds av Lester m.fl. (2007).

Grupp 1 arbetar systematiskt med att finna sina tänkbara kombinationer utan avbrott i sin process. Fokuseringen ligger på uppgiftens innehåll, där den lågmälda samtalstonen medför att gruppen lyssnar på varandra. Deras arbete avslutas efter cirka tio minuter. När uppgift B ska utföras uppstår en tydlig splittring och gruppens dynamik upphör. Grupp 2 arbetar metodiskt tillsammans, pratar klart och tydligt, så att alla känner sig delaktiga. Efter några minuter presenteras gruppens första lösning på uppgift A. Gruppen initieras till att söka nya kombinationer efter nya kriterier. Ett systematiskt sökande gör att ett nytt antal kombinationer upptäcks. Efter tolv minuter blir tystnaden märkbar och gruppens medlemmar tappar fokus på uppgiften. Inför uppgift B vänder situationen och gruppen aktiveras igen. Möllehed (2001) menar att eleverna återfår ny energi med att konstruera sitt eget problem.

Den tysta kommunikationen har flera olika funktioner och påverkar grupperna olika. I grupp 1 och 2 utvecklas den till en sammanhållande, tillförande och blir en drivande kraft som hjälper gruppdynamiken framåt i processen. Det sker bl.a. genom ögonkontakt, nickningar och kroppskontakt. I grupp 1 används även artefakter som hjälpmedel i processen. I grupp 3 får den tysta kommunikationen inget gehör eftersom det inte finns någon mottagare. Gruppens avtagande intresse och okoncentration medför negativa affekter som osäkerhet och att andra aktiviteter blir accepterade under processen. Det leder till att vilja avsluta och ge upp den givna uppgiften i enlighet med Lesters (1996) synsätt.

7 Slutsats och diskussion

7.1 Metoddiskussion

Eftersom vi ville fånga den tysta kommunikationen var filminspelning en bra metod för att kunna följa processen i observationsgrupperna. Det hade inte blivit lika tydligt med ljudupptagning som enda metod. Eventuella medieringar som förekom i grupperna hade förmodligen bara passerat utan eftertanke. Genom att filmen analyserades vid flera tillfällen framkom nytt material som var svårupptäckt vid första granskningen. För att uppfatta elevernas förekommande interaktion i sin helhet och uppfylla syftet, ansåg vi att det krävdes fler metoder för en vetenskaplig dokumentation. Observationen var vid ett tillfälle, därför var all data inom formen av kommunikation en viktig information för studien. En deltagande kvalitativ observation ger observatören vidgat perspektiv och en fördjupad förståelse för undersökt frågeställning. En kvalitativ undersökning är att föredra när en teoriprövning skall göras (Bryman, 2002), vilket har betydelse för denna studie som utgår från ett sociokulturellt perspektiv.

Urvalet av eleverna gjordes av respektive pedagog utifrån vårt kriterie *att vara kommunikativ*. Vi hade kunnat välja en annan metod i urvalet av elever via slumpmässig uttagning, genus eller kompetens. Den elevgrupp som blev utvald skulle kunna förändras och resultatet hade förmodligen blivit annorlunda.

Problemlösningsuppgiften skulle ha presenterats utan bild, för att undvika avbildning och upprepning. Utan en given bildillustration av problemet hade kanske eleverna använt andra metoder, strategier samt utnyttjat sin kreativa förmåga annorlunda. Den valda lösningsmetoden hade sina begränsningar som eleverna upptäckte, fast utan resultat. Om undersökningen skull vidareutvecklas, skulle problemlösningsuppgiften presenteras utan bild och givna kriterier. Genom att förändra utformningen i metoden skulle det skapas nya förutsättningar och förmodligen ge ett annat resultat.

Tidpunkten för undersökningarna gav inte alla grupper samma förutsättningar. Den sociala - och kulturella miljön och tiden på dygnet påverkar individen (Lindqvist, 1999), där vi inte kunde påverka eller förändra villkoren.

Det insamlade materialet strukturerades och analyserades utifrån perspektiven, *språket, strategier* och *grupprocesser.* Genom diktafonen blev talspråket konkret och transkriberades som en utgångspunkt. Filminspelningen analyserades först genom att anteckna det förekommande kroppsspråket. Nästa bearbetning av filmen studerades befintliga artefakter. Metoderna fördes samman och integrerades med varandra, för att synliggöra de tre perspektiven. Vårt val av bearbetning var medvetet och väl genomtänkt. Genom att skilja på den verbala och tysta kommunikationen i första skedet kunde fokuseringen ske enbart på valt objekt. Analyserna av materialet blev uttömmande och påverkade inte varandra. Vid sammanslagningen blev det lättare att urskilja och följa undersökningens syfte. Valet av en diskursanalys kändes riktigt eftersom Gee (2005) anser att metoden innefattar hela den kommunikativa handlingen. Forskningen uttalar sig olika om diskursanalysens innebörd, vilket vi finner i Bryman (2002) som anser att diskursanalysen finns i flera olika former. Vi har valt att följa Riesbecks (2008) och Gees (2005) tolkning, eftersom det stämmer överens med vår undersökning.

Vi har följt de etiska riktlinjerna som finns specificerade i HFSR (1996) både för undersökningsgrupperna och insamlat material. Studiens validitet stärks genom att använda relevant stoff som berör syftet och frågeställningarna. Reliabiliteten stärks genom två observatörer och flera metodval, vilket i sin tur förstärker studiens kvalité och pålitlighet.

Studien kan endast tolkas utifrån given data och är inte ett generellt antagande. Vi anser att studien är replikerbar med metoden. Om observationerna skulle genomföras med annan miljö eller under andra förutsättningar, kommer förmodligen resultatet att förändras. Studien bygger på ett naturalistiskt synsätt som innebär just nu och här.

7.2 Resultatdiskussion

Redan från start anammade grupperna bilden som symbolspråk, ett estetiskt uttryckssätt. Språket har flera uttrycksformer enligt Johansen Høines (1990) och Taflin (2007). Det centrala i alla gruppernas avbildning blev färgfyllda cirklar som symboliserade de olika glassmakerna. Metoden visar att det informella uttryckssättet är utvecklat och används med god kunskap. Vi finner att eleverna gör kopplingar mellan sina erfarenheter och kontexten i uppgiften. Två grupper avbildar sina glassar med strut och den tredje gruppen väljer att endast avbilda smakerna. Grupperna överför och imiterar bilden som finns på uppgiftsbladet, eleverna upptäcker ett redskap som blir användbart och kopieras. Uppslaget är givet, vilket vi inte förstod. Resultatet av elevernas dokumentation kanske blivit annorlunda om vi inte hade publicerat en bild med hur en glasstrut kan vara avbildad (bilaga 2). Det blev konkret för oss när vi hade analyserat filmen vid flera tillfällen. En lärdom som vi tar med oss, är att utesluta bilder i öppna matematiska frågor. Avsikten blir att elevernas egna val kommer i första hand utan lotsning. Utan den hjälpen med att imitera en redan given illustration av objektet, kan andra matematiska strategier prövas och utvecklas. Den lärande människan konstruerar sin egen bild av omvärlden där den kognitiva processen är central anser Claesson (2002). Där vi känner att eleverna inte fick utveckla sina egna erfarenheter fullt ut. Slutsatsen blir att bilden blev en vägledning till hur uppgiften kunde lösas. En tendens till att försöka göra en kontrollräkning av gjorda kombinationer, blev en enkel avprickning, som en grupp använde för att uttrycka en mängd med informell metod. Sterner (2000) och Taflin (2007) beskriver att den informella matematiken bygger på ett eget skapat symbolspråk.

Det som förvånade oss var att ingen prövade någon form av uträkning utan förlitade sig helt på sitt seende och uträkningar gjorda efter antaganden. Den sista fasen enligt Polya (1957) med att *se tillbaka och reflektera* över sitt svar, hade ingen förankring hos någon av de medverkande grupperna. Vi kunde tydligt se att det fanns olika vanor med problemlösning och att den självklara metoden var att välja avbildning. De matematiska verktygen som upprepad addition eller multiplikation blev aldrig nedtecknade, utan fanns med i tankeprocessen när antalet ritade glassar började bli ansenligt många på pappret. De matematiska formlerna inträdde först när gruppen förstod att det rörde sig om en större mängd glassar som skulle produceras. Vi upplevde och tolkade att de tre grupperna saknade en förankrad förståelse för problemlösningsprocessen som består av problemorientering, planering, utförande och utvärdering, som beskrivs av Ahlberg (2001).

Den verbala kommunikationen fanns hos de tre grupperna, fast på olika nivåer. Enligt Riesbeck (2008) finns den matematiska anknytningen i vårt vardagsspråk, men är inte ett sammanhållande matematiskt register, vilket vi fick uppleva under observationerna. De olika perspektiven på uppgiften kom aldrig till diskussion eller utreddes av respektive grupp. Därför utnyttjades inte möjligheten till att samtala mer ingående om sitt givna svar, som Ahlberg (1995) förespråkar. Grupprocessen för två av grupperna var ett systematiskt letande, där de involverande följde samma spår och endast vid några få tillfällen gjorde en reflektion som i regel tonades ned. Det blev synliga ramar och vilka didaktiska kontrakt eleverna hade som utgångspunkt, vid ett grupparbete, som enligt Ryve (2006) är en förutsättning. Grupp 3 som inte var strukturerad eller hade några outtalade regler som oftast finns i grupparbeten, lyckades inte i sin sammanhållning och utvecklade grupper i gruppen. En orsak kan vara oerfarenhet av grupparbeten som kan orsaka en sämre självbild, eftersom eleven inte kunnat jämföra sig själv med andra. Istället för samhörighet framträder negativa affekter som tar överhanden och koncentrationen brister anser Nilsson (2005). Ändå var grupp 3 den som samtalade mest, fast oftast förbi varandra och lyckades inte skapa en enighet.

Enligt Möllehed (2001) är tio minuter en gräns för redan färdiga matematiska problem som eleverna ska utreda. Detta stämde också för våra tre observationsgrupper. Efter ca tio minuter sjönk motivationen och grupperna ville bli färdiga med sitt resultat. När de skulle göra en uppföljning med ett eget matematiskt problem, ökade aktiviteten och inspirationen infann sig åter igen. Det som hände var att uppgift B fick mer tid till förfogande än uppgift A. Detta stämmer med Mölleheds (2001) resonemang.

7.3 Slutsats kopplas till syfte och problemställning

Kommunikation är ett brett begrepp med flera olika inriktningar. Där olika kompetenser möts och ska ingå i en progression. Ett grupparbete kräver en kommunikation av flera olika kompetenser för att gruppen ska kunna leverera ett gemensamt resultat. Dessa förmågor som studeras i vår studie är den kommunikativa och matematiska kompetensen, som i sin tur kan brytas ner till mer konkreta begrepp. Den verbala kommunikationen är betydelsefull eftersom den skapar ett utbyte av tankar, idéer och samarbete i gruppen. Den tysta kommunikationen är mer komplex och inte lika tydlig. Den är precis lika viktig och förstärker det uttalade språket Via bekräftelser förbättras sammanhållningen och fokuseringen på uppgiften, där även artefakter upprätthåller progressionen. Den matematiska kompetensen krävs i vårt val av problemlösningsuppgift, eftersom den grundläggande begreppsuppfattningen är att kunna se mönster och samband. I uppgiftens första skede krävs ingen abstrakt matematik, av den orsaken att problemet har en verklighetsanknytning till en händelse som förekommer i vår infrastruktur. En kompetens som ofta inte diskuteras som en utvecklande komponent är den sociala kompetensen. Om eleven inte kan diskutera, lyssna, kompromissa och samarbeta uppstår splittringar och det uppstår grupperingar i gruppen. Av de fyra diskuterade kompetenserna bör varje elev besitta minst två av dem, varav den ena måste vara av social karaktär, för att tillföra gruppen en framåtskridande process. I begreppet grupparbete finns den sociala kompetensen inkluderad och som en självklarhet att eleverna har förståelse för vad som förväntas av dem. Vad som blev uppenbart för oss under den ena observationen var att den sociala samverkan är lika viktig, om ett grupparbete ska fungera som ett utvecklande arbetssätt i skolan.

Den strategi som alla grupper behärskade var att se mönster och samband som de visade genom att imitera och avbilda en glass. Den förkunskap som behövdes inför den informella matematiken, kunde grupperna föra ett resonemang som var relevant i problemlösningens första skede. I denna strategi behövs ingen abstrakt matematik utan kan genomföras enbart med att hitta de olika kombinationerna genom prövning. Vad som uteblev var ett kombinationsschema över möjliga varianter. Om grupperna hade utvecklat en strategi för möjliga kombinationer hade den abstrakta matematiken blivit synlig i ett mönster. Grupperna visade på en osäkerhet och i sitt prövande användes ett fåtal matematiska operationer i processen utan att dokumenteras. Situationen gjorde att reflektionen över vald metod aldrig diskuterades. Vår slutsats är att de utvalda eleverna behöver mer träning i grupp vid problemlösning i matematik. Eleverna saknar de verktyg och faser som förespråkas i Polyas problemlösnings metodik.

Det fanns en pågående grupprocess fast av varierad struktur. De didaktiska kontrakten som eleverna har med sin pedagog, kunde vi uppleva i deras val av hantering och bearbetning med uppgiften. Ett växelvis ledarskap visar på framgång och ger gruppen ett stabilare samarbete. Det blir en fördel med ett ömsesidigt förhållningssätt där viljan finns att slutföra den givna uppgiften. Även här vill vi poängtera vikten av hur viktig den sociala kompetensen är för gruppens existens.

7.4 Konsekvenser för vår framtida yrkesroll

Hur vet vi att vi har tillräckliga kunskaper för att genomföra en undervisning som svarar mot Skolverkets mål i matematik, problemlösning? Inlärningsparadoxen säger att det vet vi inte. Det vi vet är, att problemlösning kommer att vara ett regelbundet inslag i vår undervisning. Där pedagogen tar en aktiv ställning i undervisningen och medverkar i grupprocessen vid grupparbeten, för att få kunskap om både den enskilde elevens och gruppens lärprocesser. Möllehed (2001) påstår att problemlösning är en viktig del i elevernas matematiska utveckling för att främja elevernas kreativitet och flexibilitet. I den svenska skolan utförs ofta matematiska problemlösningen genom enskilt arbete, vilket medför att eleverna genomgår olika svårigheter utan att pedagogen känner till orsakerna till felen. Orsakerna kan vara otillräckliga kunskaper i matematik eller brister i den kognitiva utvecklingen (a.a.).

Under våra observationer har vi blivit medvetna om hur viktigt det är att utgå från elevernas tidigare erfarenheter och kunskaper, både språkligt och matematiskt, så att eleverna får ett utbyte av varandras tankar, vilket Riesbeck (2008) förordar. Om eleverna sätts ihop slumpmässigt kan den språkliga samt den matematiska progressionen utebli, eftersom eleverna befinner sig på olika nivåer. Därför är det ytterst viktigt att pedagogen har vetskap om var eleven befinner sig kunskapsmässigt enligt Lester m.fl. (2007) och Lindqvist (1999).

I vår blivande yrkesroll finns flera ställningstaganden som måste bli väl förankrade hos eleverna för att förstå problemlösningens funktion. Ett misstag som vi gjorde var att försätta eleverna med en uppgift utan att veta deras förkunskaper och förankra strategier samt göra en reflektion på utfört arbete. Samtidigt vet vi att detta är en vanlig situation som eleverna utsätts för i skolan. I den vetenskapliga litteraturen påtalas år efter år, om hur viktigt det är att utföra Polyas fyra faser för en utveckling i begreppsförståelsen vid problemlösning. Där vi inser att det måste ske en utveckling på att följa de uppdrag som läroplanen och forskningen påtalar.

Problemet med undervisningen av problemlösning är att pedagogerna saknar en klar och tydlig instruktion på genomförandet och brister i sina kunskaper *om, vad, hur* och *varför,* vilket är ett verktyg och en förklaring till elevernas kommande framtid. Där förståelsen bekräftas genom att se sambanden med att vara *i*, *om* och *med* matematikens uttryck och form. Vår studie ger en bekräftelse på de svagheter som nämns ovan och pekar på språkets betydelse med att tolka, se samband och dra slutsatser.

7.5 Förslag till vidare forskning

Det hade varit intressant att jämföra våra undersökningsgrupper med en grupp som har för vana att arbeta i grupp med problemlösning i matematik, för att bättre kunna jämföra och dra slutsatser av vårt resultat. Vi skulle vilja genomföra en undersökning utifrån genusperspektivet, där gruppen består av flickor eller pojkar i sin sammansättning. Vår fråga är: Skulle kommunikationen bli annorlunda om det var enbart flickor, respektive pojkar i gruppen? De tre perspektiven skulle fortfarande kunna vara gällande för undersökningen. En vidareutveckling hade kunnat vara, att studera elever med ett annat modersmål. Då hade den språkliga kommunikationen utökats med ytterligare flera infallsvinklar.

Referenslista

Ahlberg, Ann (1995). *Att synliggöra matematikens språkliga och sociala karaktär*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematik,

Ahlberg, Ann (2001). *Lärande och delaktighet.* Lund: Studentlitteratur.

Boaler, Jo (2009). *Helping children learn and love maths.* USA; Wiking Penguin

Bryman, Alan (2002). *Social research methods.* Oxford: OUP Oxford University.

Claesson, Silwa (2002). *Spår av teorier i praktiken.* Lund: Studentlitteratur.

Gee, James Paul (2005). *An introduction to discourse analysis theory and method.* New York and London: Routledge Falmer.

Hagland, Kerstin, Hedrén, Rolf & Taflin, Eva (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation.* Stockholm: Liber.

Humanistisk – samhällsvetenskapliga forskningsrådet, HFSR (1996). *Etik – god praxis vid forskning med video.* Uppsala: Ord & Form AB.

Johnsen Høines, Marit (1990). *Matematik som språk-verksamhetsteoretiska perspektiv*. Malmö: Almqvist & Wiksell Förlag AB

Johnsen Høines, Marit (2000). *Matematik - verksamhetsteoretiska perspektiv som språk.* Malmö: Liber AB.

Lester, Frank & Lambdin, Diana (2007). Teaching Mathematics Through Problem Solving. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby. (Red.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics (ss.95-108).* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematik.

Lester, Frank (1996). Problemlösningens natur. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding. (Red.), *Matematik – ett kommunikationsämne. (ss.85-95).* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematik, NCM

Lindqvist, Gunilla (Red.1999). *Vygotskij och skolan: texter ur Lev Vygotskijs Pedagogisk psykologi kommenterade som historia och aktualitet***.** Lund: Studentlitteratur.

Löwing, Madeleine (2006). *Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.

Möllehed, Ebbe (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.* Malmö: Institutionen för pedagogik, Malmö Lärarhögskola.

National Encyclopedia (2010). NE, matematik. http://www.ne.se/matematik, Hämtad: 2010-10-07.

National Encyclopedia (2010). NE, språk. http://www.ne.se/lang/spr%C3%A5k, hämtad: 2010-11- 11

National Encyclopedia (2010). NE, strategi. http://www.ne.se.support.mah.se/lang/strategi, Hämtad: 2010-10-07.

Nilsson, Björn (2005). *Samspel i grupp.* Lund: Studentlitteratur.

Patel, Runa & Davidson, Bo (2003). *Forskningsmetodikens grunder – att planera, genomföra och rapportera en undersökning.* Lund: Studentlitteratur.

Polya, George (1957). *How to solve it.* USA: Princeton University Press.

Riesbeck, Eva (2000). *Interaktion och problemlösning. Att kommunicera om och i matematik.* Linköping: Linköpings Universitet

Riesbeck, Eva (2008). *På tal om matematik. Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen.* Linköping: Linköpings Universitet.

Ryve, Andreas (2006). *Approaching Mathematical Discourse; To analytical frameworks and their relation to problem solving interactions.* Västerås: Mälardalens University Press Dissertations. Nr.30.

Skolverket (1994). *Läroplaner för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo94*. Skolverket: Fritzes.

Skolverket 2000. Reviderad version (2008). *Grundskola. Kursplaner och betygskriterier. Matematik* (ss.26-32). Skolverket: Fritzes.

Skolverket (2010) www.skolverket. 2010-10-29

Stensaasen, Sveen & Sletta, Olav (2000). *Grupprocessor om inlärning och samarbete i grupper.* Borås: Centraltryckeriet.

Sterner, Görel (2000). Matematik och språk. I G. Emanuelsson, B. Johansson & R. Ryding, A. Wallby, & K. Wallby (Red.), *Matematik från början (ss. 215-231).* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematik NCM.

Sterner, Görel & Lundberg, Ingvar (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

Svedberg, Lars (2007). *Gruppsykologi – Om grupper, organisationer och ledarskap.* Lund: studentlitteratur.

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken – ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm; Bokförlaget Prisma.

Taflin, Eva (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande.* Umeå: Print & Media.

Wistedt, Inger (1996). Matematiska samtal. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding. (Red.), *Matematik – ett kommunikationsämne. (ss. 65-68).* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematik, NCM.

Wistedt, Inger (2001). Rum för samtal - om dialogen som en möjlighet att demokratisera undervisningen. I B. Grevholm. (Red.), *Matematikdidaktik- ett nordiskt perspektiv.(ss. 219-228).* Lund: Studentlitteratur.

Hej!
Vi är två studenter från lärarutbildningen i Malmö som nu är mitt uppe i vårt examensarbete. I examensarbetet skriver vi om ämnet matematik, då vi inriktar oss på hur eleverna arbetar med problemlösning i år 5.

Vi kommer att genomföra vår undersökning med tre klasser i år 5. Samtliga är utvalda i samråd med läraren och ska bilda en grupp med 5 elever från varje klass. Det är en observation, vilket innebär att ert barn blir filmat med ljudupptagning. Om intressanta lösningar dyker upp under observationen kan en intervju bli aktuell efter inspelningen. Vi vill påpeka att det råder en diskretion och att filmen ***inte*** kommer att visas samt att ert barns namn ***inte*** kommer att nämnas. Filmen och intervjun är endast till för oss som ett underlag för forskning till vårt examensarbete. Vi hoppas på ett samtycke och att ert barn får medverka till undersökningen i problemlösning. Det är ett område som eleverna oftast tycker är roligt eftersom det bygger på diskussioner för att hitta olika lösningar.

Vi önskar därför att ni som vårdnadshavare fyller i nedanstående, för att vi ska vara säkra på att det är godkänt av er samt att just ditt barn får medverka i undersökningen. Om ni undrar över något som rör undersökningen går det bra att kontakta oss.

Med vänliga hälsningar
Zuzanne Ljungblad
Lena Gunnarsson

☐ Mitt barn kan medverka i undersökningen.

☐ Mitt barn kan ***inte*** medverka i undersökningen.

Elevens namn:____

Vårdnadshavare:____

Glassarna

Lisa ska köpa glass i kulor och kan välja mellan fyra olika smaker.
Hon vill ha tre glasskulor i sin strut.

A. På hur många olika sätt kan hon välja sin glass?

B. Skulle ni kunna hitta på ett liknande problem?

Svar: c (n, r) = c (4, 3) = 24/6 = 4

Antal sätt att välja **r** stycken (antal) bland **n** olika möjligheter.

	Upprepning är förbjuden	**Upprepning är tillåten**
Ordningen är viktig	**P(n, r)** P(4,3) = 4*3*2 = 24	**n^3** 4^3 = 4*4*4 = 64
Ordningen är inte viktig	**C(n, r)** = P(4,3)/3 C(4,3) = 4*3*2/1*2*3 = 24/6 = 4	**C(n-1 + r, r)** C(4-1+3,3) = C(6,3) = 6*5*4/1*2*3= 120/6 = 20

Lösningsstrategier:

1: pröva sig fram (rita) - osystematiskt

2: systematiskt letande

3: upptäcka mönster (tabell)

4: formulering av generella regler uttryckta med egna ord

4: formel; upprepningen förbjuden och ordningen spelar ingen roll C(n, r) =
aritmetisk talföljd

Innan start av problemlösningen:
Vem är vi? Vad håller vi på med? Presentation av oss och eleverna

1. Eleven läser uppgiften. Är det någonting som är oklart i uppgiften?

2. Genomgång av material, se nedan

3. Ta hjälp utav varandra, anteckna gärna hur ni tänker

4. Berätta för dem att vi kommer att ge följdfrågor under tiden men vi kommer inte att hjälpa er fram till lösningen. Har ni några frågor?

5. Filma för vår dokumentation

Material

Färgpennor

Blyertspenna

Papper; rutat och blankt

Pennvässare

Suddgummi

Placering av eleverna inför dokumentationen.

I en halvcirkel med ansikten vända mot kameran

Undersökningsgrupp 1

Lena presentatör, Zuz kamera och dokumentation

Undersökningsgrupp 2

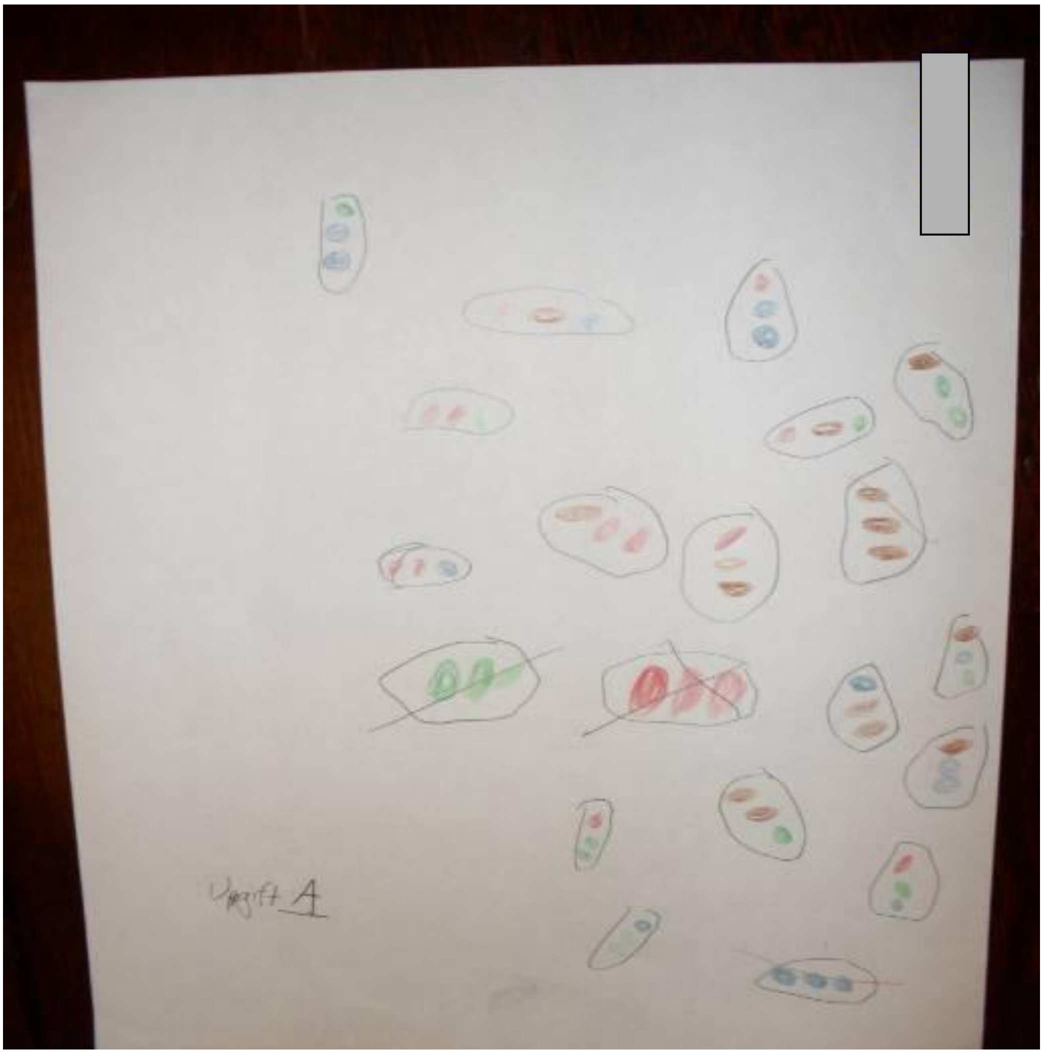
Lena presenterar, Zuz kamera och dokumentation

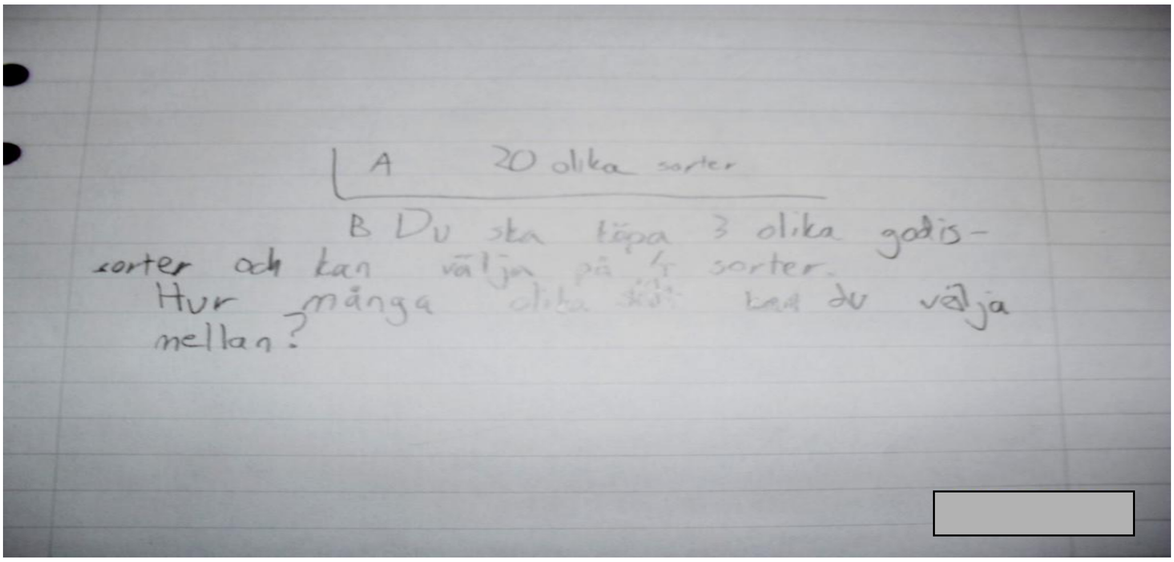
Undersökningsgrupp 3

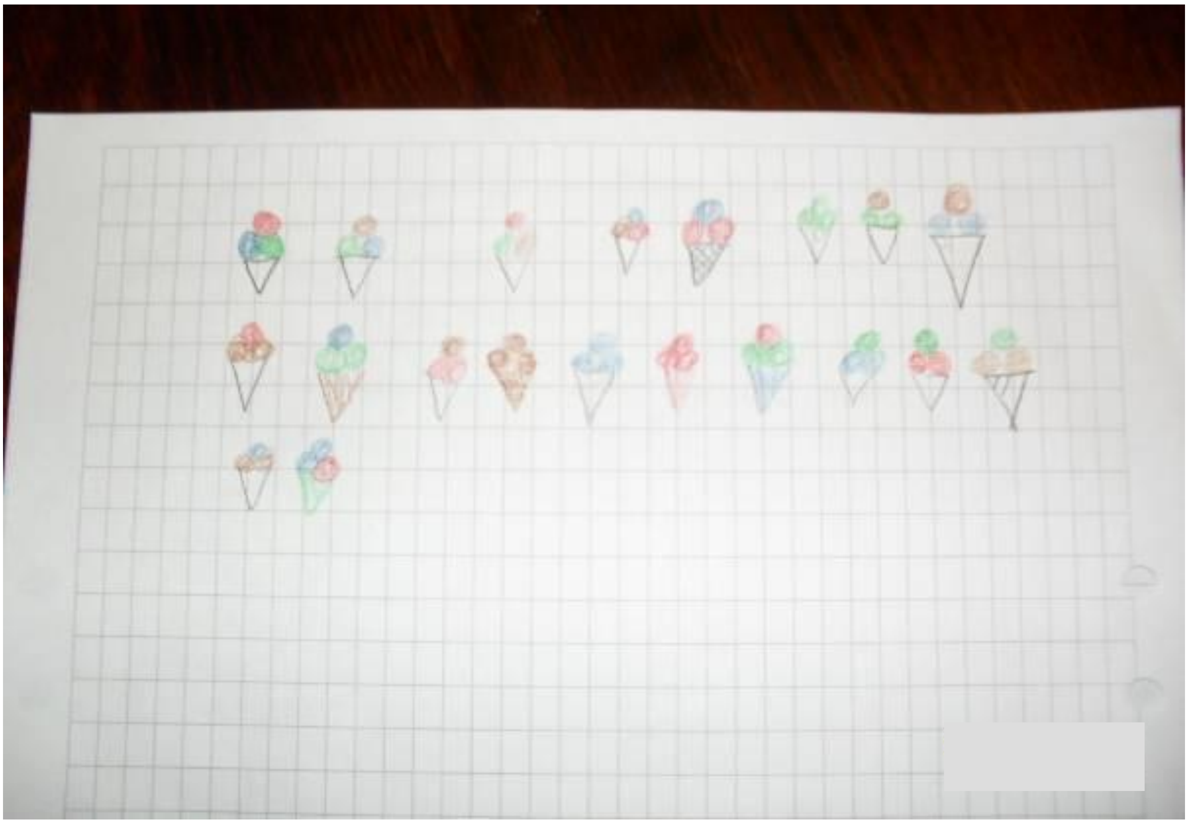
Zuzanne presenterar, Lena kamera och dokumentation

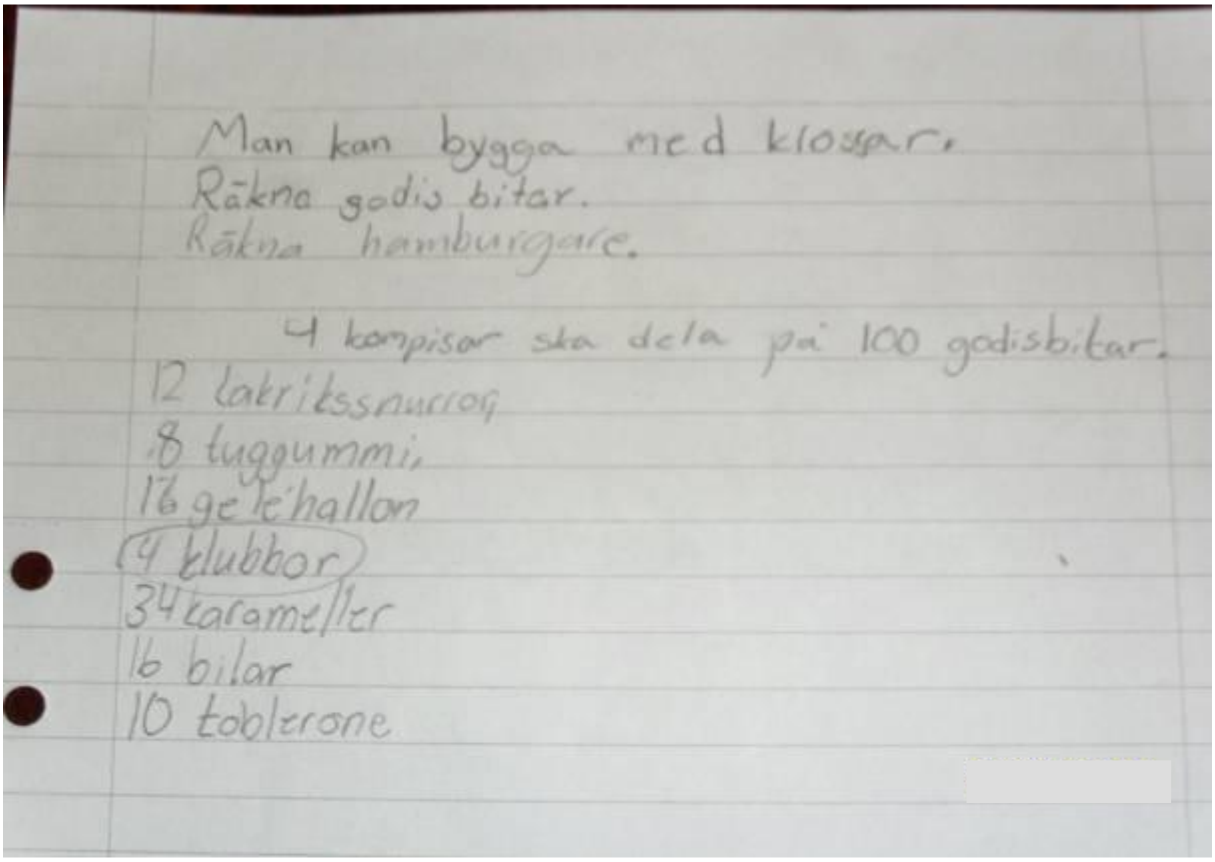
Pedagogens förhållningssätt till gruppen:

- Ge problemet utan bestämda villkor och hoppas att frågorna kommer.
- Finns det fler sätt? Spelar ordningen någon roll?
- Skulle man kunna ha mer än en smak?
- Får en glass ha båda kulorna i samma smak t.ex. 2 chokladkulor eller måste kulorna ha olika smaker?
- Räknas en glass med jordgubbe överst, choklad i mitten och päron under och en glass med päron överst, choklad i mitten och jordgubbe under som samma glass eller ska man se dem som olika glassar?
- Hur skulle ni kunna förändra problemet till lättare eller enklare?
- Hur tänker ni om problemet?
- Skulle antalet glassar kunna förändras?
- Skulle det vara ett sätt att tänka? Hur skulle man kunna förändra resultatet?
- Hur viktigt är det för er med vilken ordning ni har på glasskulorna?
- Kan ni göra på flera sätt?
- Hur skulle det kunna bli om man gjorde…?


Uppgift A


A 20 olika sorter
B Du ska köpa 3 olika godis-
sorter och kan välja på 15 sorter.
Hur många olika kan du välja
mellan?



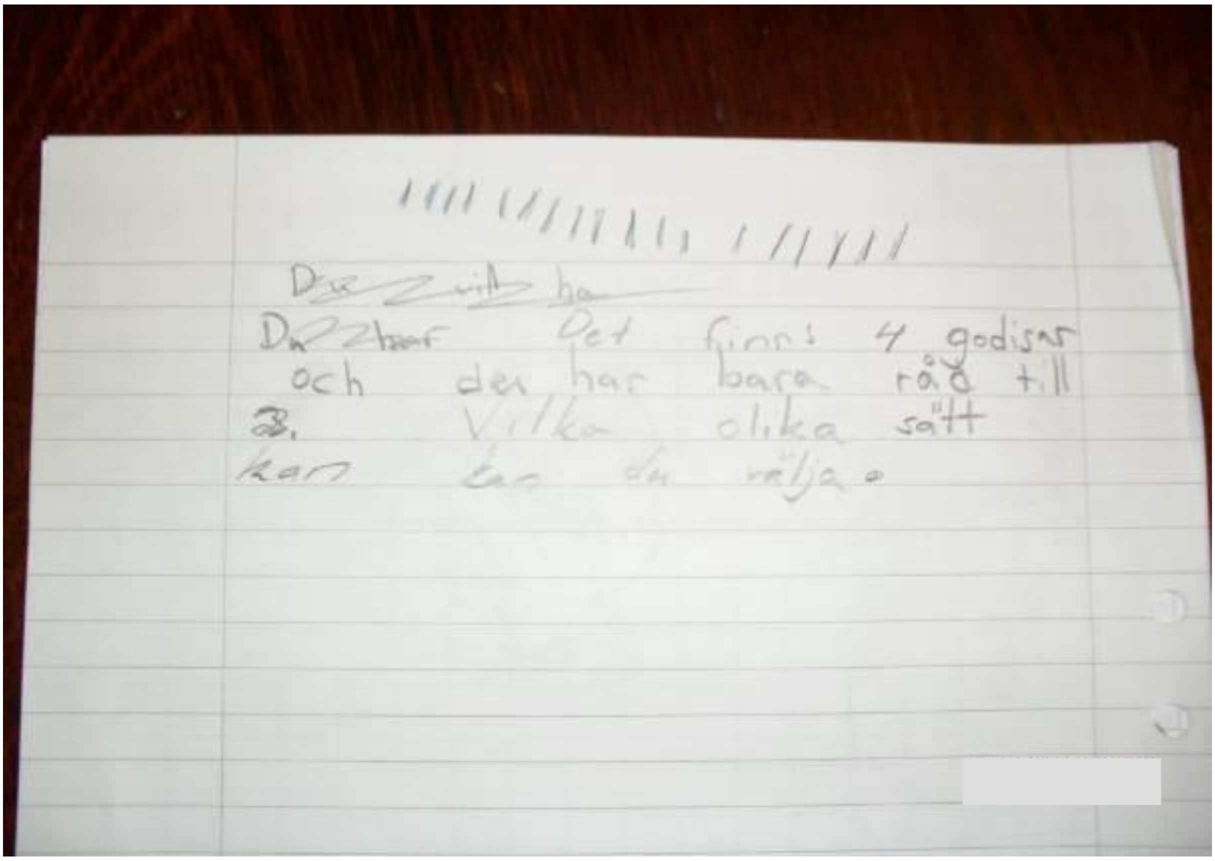


Man kan bygga med klossar.
Räkna godis bitar.
Räkna hamburgare.

4 kompisar ska dela på 100 godisbitar.
12 lakritssnurror
8 tuggummi
16 geléhallon
4 klubbor
34 karameller
16 bilar
10 toblerone

Bilaga 7


Nr1.
Nr2.
Det blir 19-20 olika


Det finns 4 godisar
och den har bara råd till
2. Vilka olika sätt
kan du välja.