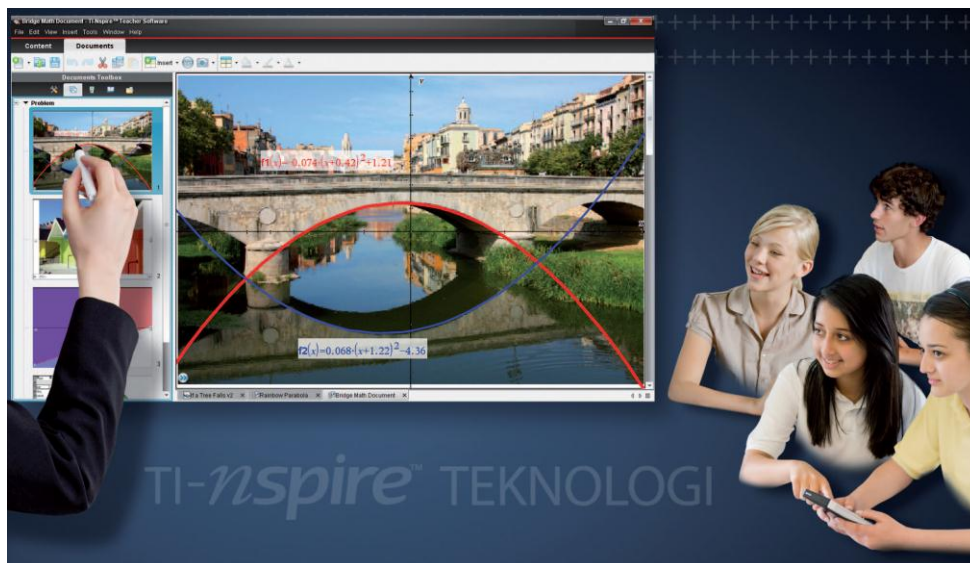




MALMÖ HÖGSKOLA

Rapport från forskningsprojektet

Att undervisa och lära matematik på gymnasienivå med TI-Nspire-teknologi.



Per-Eskil Persson

fil.dr. matematik och lärande

Malmö Högskola

per-eskil.persson@mah.se

oktober 2011

Abstrakt

Forskning kring den teknologi som används i matematikundervisningen har huvudsakligen varit inriktad mot räknare. Därför har det varit av stort värde att, som i denna studie, även studera hur lärare och elever kan använda bärbara datorer med TI-Nspire-teknologi som programvara, med eller utan samtidig användning av handenheter. Av särskilt intresse har vidare varit att undersöka eventuella förändringar i lärarnas undervisningspraktik, av elevernas problemlösande metoder och av elevernas matematiska lärande och djupare förståelse av matematik, samt andra resultat av undervisning inom denna teknologiska undervisningsmiljö.

Åtta klasser som studerar inom teoretiska program på gymnasieskolor i södra och mellersta Sverige, samt deras lärare, har under en hel termin fått använda TI-Nspire CAS i en reguljär kurs, Matematik A eller Matematik B. De har använt programvaran och/eller handenheter kontinuerligt under kursen och har även i förekommande fall genomfört det nationella provet på laptops.

Erfarenheterna hos elever och lärare, såväl när det gäller möjligheterna och de positiva sidorna som när det gäller hinder och problem, överensstämmer väl. De uppvisade nästan samtliga väsentliga framsteg under studiens gång, både när det gäller handhavandet av teknologin i det matematiska arbetet, och när det gäller att integrera den i en högkvalitativ lärandemiljö. En majoritet av eleverna vittnade om den positiva inverkan användningen av teknologin hade för deras bild av matematiken och av vad matematiska aktiviteter skulle innehålla. Detta höjde i hög grad deras intresse för ämnet och gav dem ökat självförtroende gentemot matematiken.

De kanske viktigaste resultaten från den här studien är hur TI-Nspire på bärbara datorer, laptops, kunnat användas i reguljär undervisning i gymnasiekurser. De olika möjligheterna, av teknisk, matematisk och konceptuell natur, har fått möjlighet framträda i denna förhållandevis långa studie. Men även de olika hindren och riskerna med denna typ av teknologi har identifierats, och lärarnas sätt att tackla dem har redovisats. Man är överens om att CAS både representerar en svårighet, särskilt för lågpresterande elever, och samtidigt har en oerhört kraftfull potential i matematiken. Erfarenheten från användning på de nationella proven var också positiv, och de hinder som fanns för användning av laptops kunde praktiskt undanröjas.

Speciell uppmärksamhet har ägnats i studien åt om kombinationen av handenhet och dator har något extra att tillföra undervisningen. Av resultaten att döma finns det flera skäl till att överväga denna tekniska lösning, exempelvis att handenheter är bättre i vissa situationer, som för snabba beräkningar, vid prov och i andra ämnen, medan datorerna är bättre för arbete med grafer eller för att lösa större problem och att dokumentera dem. Detta pekar mot att implementering av ny teknologi alltid måste föregås av en noggrann analys av hur den är tänkt att användas i undervisningen.

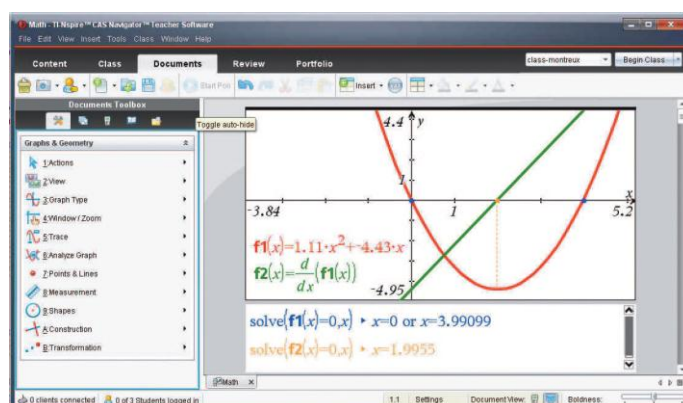
Nyckelord: CAS, dator, digital, gymnasium, laptop, nationellt prov, teknologi, TI-Nspire.

Innehåll

Introduktion	7
Teoretiskt ramverk	8
Syftet med studien	11
Forskningsfrågor	12
Metoder och metodologi	13
Datainsamling	14
Resultat och analys	17
Informanterna	17
Lärares och elevers erfarenheter av lärandemiljön med TI-Nspire	17
Användning av TI-Nspire vid de nationella proven	25
Förändringar i arbetssätt och hur elever interagerar, samarbetar och dokumenterar sitt arbete	26
Förändringar i klassrumspraktik och hinder för högkvalitativ undervisning	28
Progression av instrumentell and dokumentell genesis	30
Förmåga att använda TI-Nspire-teknologi för problemlösning och i uppgifter av undersökande karaktär	32
Effekter på elevers utveckling av djupare förståelse	34
Elevers motivation, intresse och självförtroende	36
Sammanfattning och diskussion	37
Elever/lärande	37
Lärare/utbildare	39
Kognitiva och affektiva resultat av undervisningen	40
Efterord	43
Referenser	44
Bilagor	47

Introduktion

Miniräknare och datorprogram har vid det laget använts under en tämligen lång period i den allmänna matematikundervisningen i Sverige. En utveckling av räknarna (handenheter) har skett genom åren, från grundläggande miniräknare till grafitande och vidare till avancerade räknare som arbetar med datoralgebra (CAS) och med dynamiska grafer och geometri. Samtidigt har datorerna förändrats från att vara stora och ganska sällan använda i matematikundervisningen till mindre, mobila enheter (bärbara datorer eller laptops) som lättare kan användas kontinuerligt i undervisningen. Mjukvaran har också transformerats från mer speciella matematikprogram till mer generella sådana. En observation man kan göra är att miniräknare och datorprogram visar en konvergerande utveckling, även om det finns skillnader i den praktiska användningen av dem. De kan även kombineras genom ett system av mjukvara och handenheter som ger användaren möjlighet att välja när och var han/hon vill använda den ena eller den andra. TI-Nspire-systemet, med eller utan CAS, kan utnyttjas antingen som handenheter eller i form av datorprogram, eller som en kombination av båda.



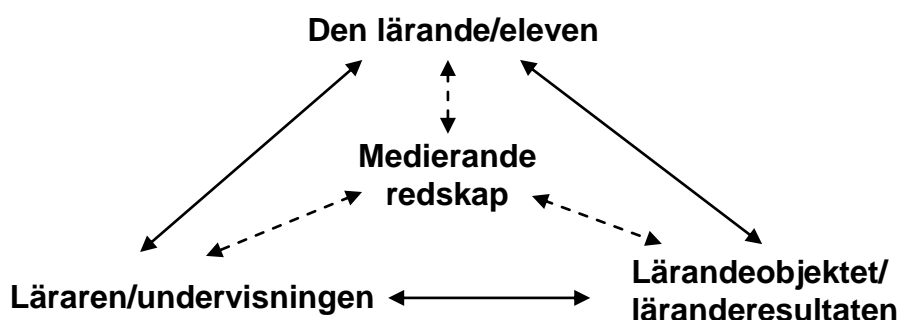
Ett undervisningsmaterial, "Nspirerande matematik", konstruerades för huvudsaklig användning on-line i de två första matematikkurserna på gymnasienivå i Sverige, och är speciellt avsett för en dynamisk användning tillsammans med TI-Nspire-teknologi (Texas Instruments, 2011). Det preliminära materialet testades i tre klasser under vårterminen 2010 och utvärderades i projektet "Nspirerande matematik - Ett pilotprojekt med utvärdering och forskning kring undervisning med TI-Nspire-teknologi", som rapporterades i september 2010. Några av resultaten och slutsatserna från denna studie har använts för att förbättra undervisningsmaterialet, som i sin slutliga form publicerats på nätet (Persson, 2010).

Emellertid var användningen av teknologin i denna pilotstudie huvudsak begränsad till handenheter, förutom för lärarnas demonstrationer i deras undervisningspraktik. Och mycket av den publicerade forskningen kring den teknologi som används i matematikundervisningen är också inriktad mot räknare. Därför är det av stort värde att även studera hur lärare och elever kan använda bärbara datorer med TI-Nspire-teknologi som programvara, med eller utan samtidig användning av handenheter, och med det konstruerade undervisningsmaterialet som frivilligt stöd. Av särskilt intresse är vidare att undersöka eventuella förändringar i lärarnas undervisningspraktik, av elevernas problemlösande metoder och av elevernas matematiska lärande och djupare förståelse av matematik, samt andra resultat av undervisning inom denna teknologiska undervisningsmiljö.

Teoretiskt ramverk

Den teoretiska bakgrunden för denna utvärdering vilar på den klassiska *didaktiska triangeln* med dess huvudelement *elev-lärare-matematik*, diskuterad exempelvis av Steinbring (2005). Denna modell har emellertid presenterats på varierande sätt, beroende på den övergripande teorin för lärande och den speciella kontexten. Fokus här ligger på processerna i den matematiska interaktionen mellan individer i klassrummet (se t.ex. Cobb & Bauersfeld, 1998), en huvudsakligen konstruktivistisk syn. Lärande äger rum genom erfarenheter som medieras via redskap eller verktyg (Vygotsky, 1978), som kan vara mentala (som talat språk), symboliska (som matematiska tecken) eller fysiska (som passare), och med hjälp tagen från andra, kompetenta individer. Räknare och datorprogramvara intar en speciell position här, i det att de kan betraktas som redskap inom alla tre aspekterna.

Den didaktiska triangelns tre pelare kan tolkas med en dubbel mening, både som *lärandeprocesserna*, i vilka lärare och den lärande interagerar kring lärandeobjektet, och som *individerna* och *lärostoffet* med *läranderesultatet* som är involverade i undervisningssituationen. Detta visas i figur 1.



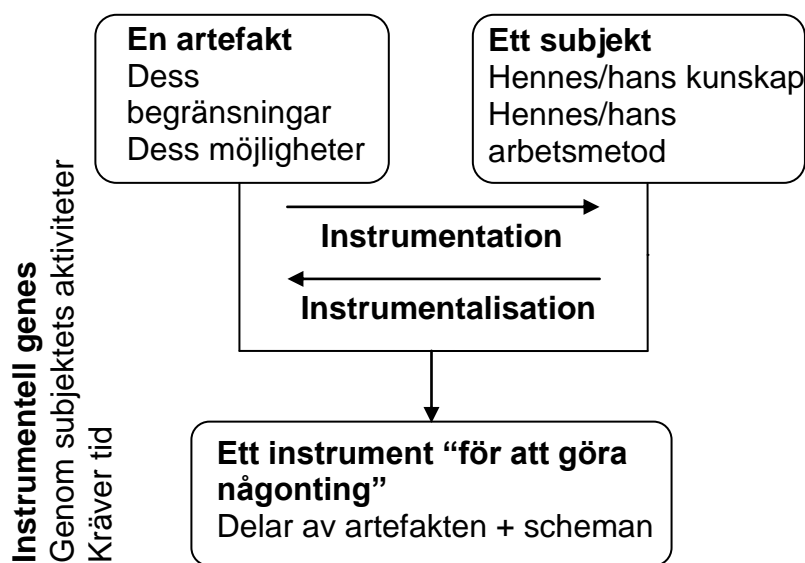
Figur 1. Den didaktiska triangeln med medierande redskap som underlättar interaktionen.

En annan viktig grund för att diskutera interaktion är *teorin om didaktiska situationer*, utvecklad av Brousseau (1997), vilken utförligt beskriver strukturen och funktionerna hos de matematiska lärande- och undervisningsprocesserna samt deras olika faser. Av särskilt intresse här är regleringsmekanismerna för de didaktiska interaktionerna mellan lärare och elever (*det didaktiska kontraktet*), vilka inkluderar vilka aktioner som är förväntade och "tillåtna" i klassrumsarbetet av de interagerande ifråga (lärare och elever).

Balling (2003) skiljer mellan användningen av mjukvara och räknare som *beräkningsverktyg*, *undervisningsverktyg* och *lärandeverktyg*. När de huvudsakligen används för att underlätta beräkningar (förlängningar av räknarna de tidigare använt) fungerar de som beräkningsverktyg. När läraren utnyttjar deras möjligheter att illustrera och visa viktiga egenskaper inom begrepp och metoder används de som undervisningsverktyg. Slutligen, när eleverna använder dem för att utforska matematiska objekt, för att upptäcka egenskaper hos begrepp och för att lösa problem har de rollen av lärandeverktyg.

Ett verktyg kan utvecklas till ett användbart redskap i en lärandeprocess som benämns *instrumentell genes* (Verillon & Rabardel, 1995; Guin & Trouche, 1999), och som har två nära sammankopplade komponenter; *instrumentalisation*, riktad mot artefakten, och *instrumentation*, riktad mot subjektet, eleven (se fig. 2). Dessa processer kräver tid och mödosamt arbete av användaren. Hon/han måste utveckla färdigheter i att känna igen uppgifterna i vilka

instrumentet kan användas och sedan lösa dessa uppgifter med verktyget. För detta måste användaren utveckla *instrumenterade aktionsscheman*, som består av en *teknisk del* och en *mental del* (Guin & Trouche, 1999; Drijvers, 2002, Drijvers & Gravemeijer, 2005). Att lära sig instrumentationsscheman skapar inte i sig själv matematisk mening och kunskap. Istället måste läraren aktivt leda eleverna i en kontrollerad utveckling av kunskap, som uppnås genom social konstruktion i en klassgemenskap (Mariotti, 2002). Av speciellt intresse för studien är den *instrumentella orkestreringen*, som definieras som det avsiktliga och systematiska organiserandet och användningen av de artefakter som är tillgängliga i en lärandemiljö, för att på så sätt stödja elevernas instrumentella genesis (Drijvers et al., 2009). I detta forskningsprojekt utgör CAS-räknare tillsammans med emulerande datorprogramvara de fysiska delarna i instrumentaliseringprocessen.



Figur 2. Från artefakt till instrument (Trouche, 2005)

Termen *resurser* används för att beteckna olika artefakter som vi kan ta i beaktande: en lärobok, en programvara, en elevs arbetsblad, en diskussion etc. (Gueudet & Trouche, 2009). En resurs är aldrig isolerad, utan hör till en *uppsättning resurser* som kan utnyttjas i en viss undervisningssituation. En utvecklingsprocess sker, och ger upphov till vad som kallas ett *dokument*. Läraren och eleverna bygger användningsscheman för en uppsättning resurser för en viss klass av situationer i en rad olika kontexter. Denna process kallas *dokumentell genes* och kräver även den tid och ansträngning (Gueudet & Trouche, 2009). Deltagandet och identiteten i det matematiska klassrummet bygger på *integrerad kommunikation* och *representativa infrastrukturer* (Hegedus & Penuel, 2008). Sättet det här förverkligas på i undervisningspraktiken avgör effektiviteten i informationsöverföringen och av samarbetet, både elev-elev och lärare-elev.

TI-Nspiremiljön har studerats till exempel av Artigue och Bardini (2009). De ger en lista över skäl för att denna slags teknologi kan betraktas som både ny och speciell:

- *Dess natur: handenheten existerar som en mobil enhet för TI-Nspire CAS mjukvara som kan installeras på vilken dator som helst;*

- *Dess katalog, filorganisationsmöjligheter och sidstruktur, där varje fil består av en eller flera aktiviteter som innehåller en eller flera sidor. Varje sida är länkad till en arbetsyta som motsvarar en applikation: räknare, grafer & geometri, listor & kalkylblad, matematikeditor, data & statistik;*
- *Urvalet och navigationssystemet, som medger att en katalog omorganiseras, sidor kopieras och/eller tas bort och överförs från en aktivitet till en annan, och att man flyttar mellan sidorna under arbetet med ett givet problem;*
- *Koppling mellan de grafiska och geometriska miljöerna via grafer & geometri-applikationen, möjligheten att animera punkter inom geometriska objekt och grafiska representationer, att flytta linjer och parabler och att deformera parabler;*
- *Den dynamiska kopplingen mellan grafer & geometri samt listor & kalkylblad-applikationerna genom skapandet av variabler och datainfångning samt möjligheten att använda de skapade variablerna på vilken som helst av sidorna och applikationerna inom en aktivitet.*
(Artigue & Bardini, 2009, s. 1172)

I sina resultat noterade de att:

... införandet av detta nya verktyg var inte utan svårigheter och krävde omfattande inledande arbete lärarnas del, både för att medge en snabb förtrogenhet ur både deras och elevernas synvinkel, men också för att förverkliga den potential som erbjuds av detta nya verktyg inom matematiska aktiviteter (s. 1179).

De hävdar också att:

Dessa egenskaper påverkar lärare och elever på olika sätt, och individer som tillhör samma kategori olika, beroende på deras personliga egenskaper och erfarenhet. De kan ha både positiv och negativ inverkan på undervisningen och på lärandeprocesserna och behöver bli bättre förstådda (s. 1179).

Aldon (2010) har studerat användningen av TI-Nspire-räknare, och förutsätter att räknaren är både ett verktyg som möjliggör beräkningar och representationer av matematiska objekt, och också ett element i elevers och lärares uppsättningar av resurser (Gueudet & Trouche, 2009). Som en digital resurs, dessa handenheter innehåller de viktigaste funktionerna som krävs för dokumentell produktion. Även Weigand och Bichler (2009) har undersökt användandet av räknare, och de formulerar några intressanta frågor för forskningen, som:

- *När man arbetar med ny teknologi uppstår en polarisering, i det att en del elever drar stor nytta av att använda en symbolisk räknare, medan användningen av SR för andra elever hämmar prestationerna eller till och med minskar dem. Finns det sätt att få alla elever övertygade om fördelarna med SR?*
- *Orsakerna till bristande användning av räknaren är dels osäkerheten elever har om den tekniska hanteringen av enheten och å andra sidan en brist på kunskap om användningen av enheten på ett sätt som är lämpligt för det aktuella problemet. Finns det ett samband mellan dessa två aspekter?*
- *Svaren från eleverna bekräftar att förtrogenhet med det nya verktyget kräver en mycket lång process för att vänja sig vid det. Det är förvånande att det tog nästan ett år för elever att skapa förtrogenhet med detta verktyg så att de kunde använda det på ett adekvat sätt. Efter ett år av SR-användning växte förtroendet och förtrogenheten med SR. Men det finns fortfarande en stor grupp elever som upplever tekniska pro-*

blem när de använder SR. Kommer det att finnas sätt att förkorta denna anpassningsperiod? (s. 1199-1200)

Affektiva faktorer spelar en mycket viktig roll för resultaten av matematikundervisning. Debellis och Goldin (1997) föreslog fyra sidor av affektiva tillstånd: känslor, attityder, övertygelser och värden/moral/etik. Dessa har vidare utretts av andra (t.ex. Hannula, 2002), och speciellt *avsikterna* med och *målen* för matematikundervisningen som elever och lärare har är väsentlig. De sammanfaller inte alltid, och detta är i synnerhet fallet när teknologiska verktyg och matematisk text används i undervisningen. Det finns även andra ingredienser av *attityder* och *övertygelser* som lärare omfattar, och som kan utgöra hinder och orsaka problem med att använda dem, som exempelvis den uppfattade förändringen av deras klassrumspraktik och hur de anser att sådan undervisning påverkar elevernas lärande (Brown m.fl., 2007; Pierce & Ball, 2009). En annan viktig faktor för lärares engagemang för att integrera teknologi i sin undervisning är om den ingår i den nationella respektive lokala kursplanen eller inte, och om den därför är tillåten eller rentav krävs för de nationella proven och examinationerna. Detta är speciellt fallet för CAS, som har uppenbara problem med att uppnå legitimitet inom skolkulturen (Kendal & Stacey, 2002).

Syften med studien

Avsikten var att göra en studie av användningen av TI-Nspire CAS-teknologi, som programvara för bärbara datorer och som mjukvara i kombination med handenheter, i några naturvetenskapsklasser där varje elev har kontinuerlig tillgång till sin egen laptop och kan använda den i matematik samt för kommunikation över nätet (intranät och Internet). Klasser med enbart handenheter användes som kontrollgrupper. Undersökningen skulle baseras på erfarenheter från lärare och elever, på observationer av lektioner, på en problemlösningssituation konstruerad av forskaren och på studenternas användning i de svenska nationella proven för kurserna "Matematik A" och "Matematik B" på gymnasienivå.

Av särskilt intresse för studien är möjliga förändringar i elevernas klassrumsarbete och lärarnas undervisningspraktik när de går från sina nuvarande handenheter (i de flesta fall grafräknare) till endera versionen av TI-Nspire eller för en kombination av de båda. Ett särskilt syfte var att ta reda på fördelarna med att använda både handhållna enheter och bärbara datorer i klassrumsarbetet och om viktiga funktioner och möjligheter med teknologin saknas när bara bärbara datorer används.

Lärare, liksom elever, skulle ha möjligheter att visa och även att uttrycka sina åsikter om användningen av detta material och denna teknologi, särskilt i jämförelse med andra verktyg för lärande, såsom vanliga läroböcker och grafräknare eller annan programvara, t.ex. Geogebra. Dock är en av de viktigaste frågorna effekterna av denna speciella inlärningsmiljö på elevernas förmåga att lösa problem och på deras matematiska kunskaper och begreppsförståelse

Syftet var även att presentera resultat som kan överföras till undervisningssituationer i andra länder än Sverige. Vari ligger de generella fördelarna och de speciella värdena för lärare och för elever med att använda TI-Nspire-teknologi på sina bärbara datorer, med eller utan handenheter, och vilka avvägningar behöver lärare göra som måste välja att byta från sin nuvarande räknare till endera versionen av TI-Nspire?

Forskningsfrågor

Forskningsfrågorna har strukturerats i enlighet med de tre hörnen i den “didaktiska triangeln”:

A. Elever/lärande

1. Vilka erfarenheter uttrycker studenterna av lärandemiljön som inkluderar TI-Nspire programvara på bärbara datorer, med eller utan kombination med handhållna enheter, samt även med enbart handhållna enheter, speciellt i jämförelse med andra typer av lärandemiljöer?
2. a. Vilka förändringar i arbetssätt och i hur eleverna interagerar och samarbetar kan upptäckas under forskningsperioden?
b. Vad är i speciellt skillnaderna mellan klasserna med enbart bärbara datorer och de som även använder handenheter?
3. Vilka effekter på klassrumsdiskursen kan upptäckas när man arbetar inom de olika typerna av TI-Nspire-miljöer?

B. Lärare/utbildare

1. a. Vilka fördelar och speciella värden ger lärare uttryck för i de två typerna av lärandemiljö med TI-Nspire, speciellt i jämförelse med andra typer av lärandemiljöer?
b. Speciellt, tillför användningen av handenheter tillsammans med bärbara datorer extra värden till undervisningsmöjligheterna?
2. a. Hur har denna teknologi kunnat stödja nya metoder för undervisning hos de lärare som deltar i forskningsprojektet, vilket lett till en förändring i deras undervisningspraktik?
b. Vilka är de vanligaste hindren för högkvalitativ undervisning som har de upptäckt?
3. Vilka exempel finns på hur lärarna har utnyttjat möjligheterna hos teknologin för att medvetet främja studenternas reflektion över matematiska metoder och begrepp?

C. Kognitiva och affektiva resultat av undervisningen

5. Vilka färdigheter i att använda TI-Nspire-teknologi i de båda versionerna för problemlösning och för att utforska matematiska uppgifter visar eleverna efter att ha arbetat med den under en längre period?
6. a. Vilka exempel på hur instrumentell och dokumentell genesis har framskridit under projektet finns?
b. Framför allt, finns det skillnader mellan miljöerna med och utan handenheter?
7. Hur bedömer såväl lärare som elever som är involverade i projektet effekterna av miljön på elevernas utveckling av djupare förståelse av matematiska begrepp och metoder?
8. Hur påverkar användandet av de två typerna av teknologi och undervisningsmaterialet elevernas motivation, intresse och självförtroende när de arbetar med matematiska aktiviteter?

Metoder och metodologi

Denna studie avser att ge en bild av elevers och lärares erfarenhet över en längre tidsperiod av lärandemiljöerna med TI-Nspire-teknologi i mjukvaruversionen, med och utan närvaro av handenheter, och i den handhållna versionen, samt av de studieresultat den ger upphov till. Således är en forskningsdesign som består av olika metodologiska inslag lämplig, främst med fokus på kvalitativa metoder, men också med vissa kvantitativa delar. Denna användning av olika metoder är nödvändig för att ge svar på alla frågeställningar, men också för att stärka tillförlitligheten i resultaten genom möjlig metodtriangulering.

Åtta lärare från sju olika skolor i mellersta och södra Sverige deltog i forskningsprojektet. Skolorna är spridda över ett ganska stort område och ligger i samhällen av varierande storlek, från småorter till medelstora eller större städer. De åtta klasserna gick alla sitt första år på Naturvetenskapsprogrammet (6 klasser) eller Samhällsvetenskapsprogrammet (2 klasser) inom gymnasieskolan, och de har under projektet läst de två första kurserna i matematik, Matematik A och Matematik B, eller i ett fall bara Matematik A. En av skolorna är av en speciell sort, och de åtta eleverna därifrån har samtliga olika fysiska funktionshinder som starkt påverkar till exempel deras möjligheter att skriva för hand. Men det är möjligt för dem att använda datorer och olika typer av programvara, t.ex. TI-Nspire, även om detta ibland kräver extra hjälpprogramvara av olika slag.

Antalet involverade studenter har totalt varit 133. Fem av klasserna har bara använt mjukvaruversionen av TI-Nspire, en klass har använt bärbara datorer i kombination med TI-Nspire handenheter, och två har bara haft handenheter. De sex klasserna med tillgång till bärbara datorer har genom särskilt tillstånd av Skolverket fått använda bärbara datorer i de nationella proven av forskningsskäl. Användningen av det speciella undervisningsmaterialet ("Nspire-rande Matematik") var frivillig för lärarna. De har kunnat fortsätta att använda sina vanliga läroböcker och sitt eget material, efter eget val.

De deltagande klasserna och lärarna besöktes två gånger under projektet. Om man jämför de data som samlats in vid de olika tillfällena, kan det ge möjlighet att urskilja tecken på progression på en mängd olika sätt, till exempel av undervisningspraktiken, elevernas användning av material och teknologi, dialog och gemensamt lärande i klassrummet, begreppsförståelse etc. Det andra besöket inkluderade också ett speciellt problemlösningsexperiment, med syftet att fastslå elevernas kunskaper och färdigheter i att använda TI-teknologi för att beräkna, lösa problem och reflektera över svaren och resultaten som teknologin förser dem med.

De metoder som användes innehöll följande huvuddelar:

- *Läraryntervjuer.* En djup, semi-strukturerad intervju gjordes med lärarna i samband med det första besöket på skolorna. Alla intervjuer spelades in och transkriberades senare.
Frågeställningar: B1, B2, B3, C1, C2, C3, C4. (Se bilaga A)
- *Elevintervjuer.* Två elever valdes ut från varje klass att bli intervjuade i semi-strukturerad form direkt efter den observerade lektionen under det första besöket. Och direkt efter undervisningsexperimentet intervjuades en fokusgrupp bestående av 5-6 elever om sina erfarenheter kring uppgiften och av TI-Nspire i allmänhet. Båda dessa typer av intervjuer spelades in och transkriberades.
Frågeställningar: A1, A2, A3, C2, C3, C4. (Se bilaga B och C)

- *Klassrumsobservationer.* Vid första besöket på varje skola observerades en lektion av forskaren med stöd av en särskild observationsblankett.
Frågeställningar: A1, A3, C1, C4. (Se bilaga D)
- *Undervisningsexperiment.* I den senare delen av kursen (Matematik A eller B), deltog alla elever i ett problemlösningsexperiment som utfördes av forskaren, och som var avsedd att upptäcka studenternas förmåga att använda TI-Nspire-teknologi på ett mångsidigt sätt i en längre, undersökande uppgift och att registrera och kommunicera resultatet i dokumentform (tns-fil). En lämplig problemlösningssuppgift konstruerades inom respektive området linjära funktioner och olikheter för Matematik A, och området andragsgradsfunktioner och -ekvationer för Matematik B.
Frågeställningar: A2, A3, C1, C2, C4. (Se bilaga E, F och G)
- *Lärarenkät.* I slutet av läsåret fick alla lärare frågor om sin samlade erfarenhet av att använda materialet och de olika kombinationerna av teknologi i sin undervisningspraktik, samt deras uppskattning av effekterna på elevernas djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder samt effekterna på elevernas motivation, intresse och självförtroende i samband med matematik. Enkäten var helt nätbaserad.
Frågeställningar: A2, B1, B2, B3, C2, C3, C4. (Se bilaga H)
- *Elevenkät.* Alla deltagande elever hade möjlighet att uttrycka sina erfarenheter av lärandemiljön med de typer av teknologi de har använt, deras uppskattningar av kvaliteten på de matematiska lärande med denna samt hur den har påverkat deras motivation, intresse och självförtroende. Även denna enkät var nätbaserad.
Frågeställningar: A1, A2, C1, C4. (Se bilaga I)
- *Insamling av material.* Avsikten var att intressant undervisningsmaterial, uppgifter, prov, osv. som de deltagande lärarna hade producerat under projektet skulle samlas in. Av särskilt intresse är resultaten från de nationella proven, vilket ger en möjlighet att upptäcka eventuella skillnader mellan klasserna med både handenheter och bärbara datorer och de som bara hade tillgång till bärbara datorer. Några prover av elevernas egna tns-filer och hur de är organiserade i mappar skulle också samlas in.
Frågeställningar: A2, B2, A3, C3.

Datainsamling

Forskningsprojektet genomfördes under läsåret 2010-2011. Preliminära kontakter hade tagits med lärare som var intresserade av att delta och även med deras respektive rektorer. Anledningen till detta var att säkra de skolor som deltar och att inga hinder för projektet skulle resas organisatoriskt. Av speciell vikt var att IT-personalen på varje skola kunde ge sitt stöd i samband med eventuella tekniska problem med installation av programvaran i de lokala näten och på de bärbara datorerna. I slutet av november var en lista med lärare och skolor klar, och ett första nät-möte inom projektet ägde rum den 2 december.

Implementeringen av programvaran och/eller handenheter inleddes vid sju skolor eller hade, i realiteten, redan inletts på ett par av dem. Men vid det följande nät-mötet den 13 januari blev det klart att denna implementering skulle bli utdragen och försenad i vissa fall. Detta berodde på en rad tekniska och andra problem, såsom licenser som inte fungerar etc. I själva

verket hade faktiskt en av klasserna precis börjat använda TI-Nspire vid tidpunkten för den första besöksomgången.

Den första omgången besök på de sju skolorna genomfördes 1-24 februari. De planerade intervjuerna och observationen av en lektion med den teknologi som användes i klassrummen slutfördes. Det blev tydligt att lärarna och klasserna vid den tidpunkten befann sig i något olika skeden av processen att implementera TI-Nspire-systemet i sitt matematiska arbete. Några hade använt handenheter redan från september, och några hade just haft sina första erfarenheter av TI-Nspire. Detta var inte helt negativt för studien. Tvärtom gav det en intressant inblick i dessa olika stadier av implementering och av åsikter hos studenter och lärare mitt i processen.

Alla intervjuer genomfördes och spelades in, samt blev även senare transkriberade. Eleverna som deltog i intervjuerna hade tillfrågats i förväg och hade gett sina personliga medgivanden till detta. Före intervjun blev eleverna även upplysta om ändamålet med den och fick garantier för anonymitet. Intrycket var att de i allmänhet uttryckte sina verkliga och ärliga åsikter om material, teknologi och klassrumsarbete, utan att försöka svara på ett sätt som de trodde var "rätt" på något sätt. Deras svar innehöll både positiva och negativa uttalanden, och hade till synes hög trovärdighet. De nio (för en klass dubbla) lärare som intervjuats presenterade i de flesta fall omfattande svar på de frågor som ställdes, och gav också en klar bild av ärlighet inom dem. Det var möjligt att diskutera både deras framsteg och deras tillkortakommanden med materialet och teknologin, och de reflekterade mycket över vad de hade gjort, eller inte gjort, i undervisningen.

Den 11 mars hölls ett särskilt projektmöte med forskare och alla deltagande lärare. Syftet med detta var att ge information och att svara på frågor från de deltagande lärarna, samt även att ge dem en möjlighet att presentera och diskutera erfarenheter från projektet hittills. Av särskilt intresse var goda exempel på aktiviteter som har använts i undervisningen, av vilka några presenterades vid mötet. Några demonstrationer av olika aktiviteter som är lämpliga för matematikutbildning gavs också, följt av en diskussion om hur den kan användas i undervisningen. I vissa avseenden var detta projektmöte också tänkt som en del av lärarnas personliga utveckling inom projektet (se bilaga J).

Den andra omgången besök gjordes under 10 maj - 1 juni. Centralt i dessa var undervisningsexperimentet som utfördes av forskaren, och där eleverna fick ett längre problem med tre olika svårighetsgrader (se bilagorna E och F). Eleverna fick samarbeta vid lösningen av uppgiften, och de kunde också be forskaren eller sin lärare om de fastnade någonstans i lösningsprocessen. Ett allmänt intryck var att de flesta studenter lade stor möda vid arbetet med uppgiften, och att de hade en genuin vilja att slutföra det, även om delen på den högsta nivån var svår för dem. Många studenter arbetade också ganska snabbt med uppgiften och slutförde den långt före slutet av lektionen. Alla elevers lösningar sparades och lämnades in som tns-filer via nätverket som normalt användes för filöverföring. Dessa filer samlades in som data från experimentet.

Direkt efter experimentet intervjuades en fokusgrupp bestående av 5-6 studenter från varje klass om det problem som gavs, hur väl detta passade in i den matematik och den användning av TI-Nspire de upplevt i sina kurser och om deras erfarenheter av teknologin i allmänhet. Återigen verkade eleverna tala ganska fritt och de uttryckte viktiga uppfattningar, av såväl positiv som negativ natur. I fokusgruppen startade också en diskussion mellan de deltagande eleverna som var fruktbar för kvaliteten på de åsikter som uttrycktes.

De webbaserade enkäterna för elever och för lärare publicerades för dem den 25 maj, cirka två veckor före slutet av läsåret. Vid den tidpunkten förväntades erfarenheterna och åsikterna hos eleverna inte genomgå några större förändringar inom projektet. Ansvar för att ordna för studenterna så att de kunde fylla i blanketterna gavs till lärarna, även för dem som bara använt handenheter, och förhoppningen var att det inte skulle vara några problem att hitta en tid för detta. Tyvärr måste vissa problem med att avsätta tid för eleverna ha uppträtt, och fyra av klasserna gav dåligt med eller inga svar alls. I ett fall var problemet av teknisk karaktär i frågeformuläret, för vilken forskaren dessvärre var ansvarig. Men i andra fall var anledningen som angavs för avsaknaden av elevsvar tidsbrist. Ett annat problem, också av teknisk natur, visade sig i lärarenkäten. Konstruktionen av en fråga gjordes på ett sådant sätt att det blev svårt för lärare som hade använt handenheter att skicka in formuläret. Alla lärare utom en lyckades dock lösa detta problem.

Allt material klassificerades utifrån vilken eller vilka forskningsfrågor det hörde till. Detta underlättades genom organiserandet av intervjuer och frågeformulär, som utgick från konkretiseringar och utvecklingar av de övergripande frågorna. Delvisa undantag uppkom dock genom att intervjuerna var semi-strukturerade, frågorna till fokusgrupperna ännu friare och att frågeformulären innehöll öppna frågor. Ett svar på en av frågeställningarna kunde i vissa fall uppträda på "fel" ställe. De nätbaserade enkäterna skapades i en plattform där svaren automatiskt organiserades och delvis analyserades statistiskt. Endast omkring hälften av eleverna svarade på sin enkät, vilket innebär klart mindre vikt för några av de kvantitativa resultaten av denna. En tursam sak är dock att de "saknade" klasserna var från alla tre typerna av TI-Nspire-konfigurationer, så att eleverna som verkligen svarat på enkäten i själva verket någorlunda representerar profilen för alla elever i projektet. Detta faktum lindrar bristen på tillförlitligheten av resultaten från enkäten i någon mån.

Resultat och analys

I detta avsnitt redovisas de viktigaste resultaten av de olika metoderna i studien. Vissa av de data som visas är i form av yttranden från elever och lärare. Förkortningar som används i dessa är: K = kvinnlig student, M = manlig student, L = lärare och I = intervjuare. Då t.ex. flera lärare yttrar sig numreras dessa, dock inte så att samma lärare alltid innehar ett visst nummer. I vissa fall uppträder samma yttranden mer än en gång i de presenterade resultaten. Anledningen till detta är att dessa kan sprida ljus över fler än en frågeställning.

Informanterna

De åtta lärarna, tre kvinnliga och fem manliga, har arbetat på gymnasienivå mellan 2 och 24 år, med en median på 15 år. Två av dem undervisar främst inom det samhällsvetenskapliga programmet och de andra främst inom naturvetenskapliga och teknikprogrammen. De två senare programmen innehåller en rad matematikkurser, de fem kurserna Matematik A-E samt två valfria kurser, som kan genomgåas under elevernas tre år på gymnasiet. Lärarna i projektet följer oftast sina elever genom alla kurser. De anser sig vara vana eller ganska vana att använda räknare (7/8 svarar "stor" eller "mycket stor", se bilaga H:2), som de har använts i undervisningen i många år. De anser sig också vana vid att använda datorprogram i undervisningen (7/8 svarar "ganska stor" eller högre). Men när det kommer till CAS, anger endast 3/8 att de har ganska stor erfarenhet eller mer, och 5/8 att de har lite eller inte så stor erfarenhet. Samtliga lärare menar också att de haft mycket lite eller ingen utbildning alls i användningen av teknologi i matematik i sin lärarutbildning, samt att de heller inte haft någon fortbildning senare, med undantag för kortare kurser som arrangerats av Texas Instruments. De har varit tvungna att lära sig att använda teknologin huvudsakligen på egen hand.

Eleverna var könsmässigt av tämligen lika antal. Av dem som besvarat enkäten var 45% kvinnliga och 55% manliga. Det stämmer också väl med observationerna av de åtta klasserna i deras matematiska arbete. En majoritet av eleverna hävdar att matematik är ett viktigt ämne för deras kommande yrke (74%), att matematiken är intressant (55%) och att matematiken är användbar i andra ämnen och i vardagen (77%). En minoritet menar att matematik är svårt (22%) eller att matematik är tråkigt (6%). De intervjuade studenterna har alla utan undantag enbart använt en enkel räknare på högstadiet, och ingen har arbetat exempelvis med en grafräknare innan de började på gymnasienivå. Vissa av klasserna hade initialt grafräknare vid början av höstterminen (augusti), och fick först senare (ibland så sent som i februari) tillgång till TI-Nspire. Men i några andra klasser började eleverna istället direkt med TI-Nspire-räknarna, och använde inte grafräknare som ett mellansteg.

Lärares och elevers erfarenheter av lärandemiljön med TI-Nspire

Kombinerade data från intervjuerna och från enkäterna ger en intressant bild av fördelarna och svårigheterna med att använda TI-Nspire-teknologi. Många av dessa stämmer väl med kända åsikter från lärare och elever som har presenterats i annan forskning kring användningen av teknologi generellt. Men skillnaden här är att detta forskningsprojekt handlar om användningen av bärbara datorer i den vanliga undervisningen under en längre tid. I tabellerna 1 och 2 har vanliga svar från lärare och elever har sammanställts. Av speciellt intresse är svar

som har avgivits av båda kategorierna. Vissa kommentarer har tillagts i de fall där svaret är vanligt förekommande.

Fördelar	Lärare	Elever	Kommentar
En klar och tydlig skärm.	X	X	Frekvent i intervjuer
Snabb och flexibel att arbeta med.		X	Ganska frekvent
Lättare att presentera nya begrepp och att visa i helklass.	X	X	5 lärare
Lätt och användbart för arbete med funktioner och grafer.	X	X	Frekvent, 70 % i el.enk. Samtl. lärare
Nya möjligheter inom områdena geometri och sannolikhet.		X	
Man kan skriva in alla lösningarna på uppgifter på datorn eller i räknaren.		X	
Man kan lätt kontrollera svar, också dem som man löser för hand.	X	X	
Man klarar svårare uppgifter, och på en högre nivå.	X	X	Ganska frek., 42 % i el.enk. 6 lärare
Nya verktyg, som solve-kommandot, ger dig mer ”kraft”.		X	Ganska frekvent
Man lär sig mer och förstår matematik bättre.	X	X	3 lärare
Man kan använda flera vägar för att lösa ett problem.	X	X	6 lärare
Man kan fokusera på förståelse istället för att göra en massa beräkningar.	X		
Enkelt att använda efter ett tag.	X	X	
Användbart i andra ämnen, t.ex. fysik och kemi.		X	
Lättare att kommunicera.	X		3 lärare
Matematik är intressantare med TI-Nspire		X	24 % i el.enk.
Roligare att arbeta med matematik.	X	X	34 % i el.enk. 6 lärare
Man samarbetar mer i problemlösning.		X	21 % i el.enk.
Användningen av TI-Nspire har ändrat min uppfattning om hur man arbetar med matematik.		X	26 % i el.enk.

Tabell 1. Vanliga fördelar med att använda TI.Nspire-teknologi. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Intervjuerna gav många intressanta åsikter från eleverna. Två manliga elever i den första intervjun:

M1: Det är ju väldigt smidigt, och det visar att man kan räkna ut matematik mycket enklare när man har datorer. Så istället för ett anteckningsblock där du måste ha en hel

sida för en uppgift, så kan du skriva ner allt på din dator och spara det. Sen kan du titta på hur du löste det.

M2: Innan fick man kämpa mycket när man skulle lösa tal, men här får man det på ett enklare sätt och man klarar de svårare uppgifterna.

Exempel från två kvinnliga elever i fokusgrupperna:

K1: Vi hade geometri ganska tidigt, och då blev det ju användbart direkt. Det blir helt annorlunda och inte vad man är van vid. Det underlättade väldigt mycket.

K2: Men graferna är ju mycket lättare att göra på datorn än på räknaren. Och hitta skärningspunkterna går snabbt.

Två lärare:

L1: Jag är väldigt positiv till att använda den typen av redskap. Jag tycker man får en mycket bättre förståelse, en aha-upplevelse, och inte lika mycket handknåpande med felräkningar. Man får en mycket bättre bild, och det knyter lättare banden mellan matte och fysik också.

L2: Jag ser positivt på det, för jag tror det kan öka förståelsen. Man kan kontrollräkna, göra egna uträkningar och testa olika sätt att beräkna. Man kan se hur matematiken kan hänga ihop. Sen tror jag det kan bli lite roligare och intressantare, förhoppningsvis. Att man inte hela tiden jobbar exakt likadant med boken, utan man kan jobba på olika sätt. Jag hoppas eleverna kan tycka det är roligt att utforska och lära sig saker, få lite wow-upplevelser.

I allmänhet nämndes svårigheter eller verkliga hinder mycket mindre, både av lärare och av elever. Ett undantag var tekniska problem av olika slag: problem med nätverket, inklusive Internet, installation och ominstallation, batteriproblem etc. Dessa är av mindre betydelse för denna studie, eftersom de i allmänhet inte rör TI-Nspire i sig. Men praktiska problem har en indirekt effekt på lärares och studenters föreställningar om nyttan av tekniken, så dessa måste ändå beaktas till viss del. I tabell 2 på nästa sida har de vanligaste problemen samlats, varav några är tämligen vanligt förekommande i frågeformulären.

Även här visade intervjuerna på några intressanta åsikter hos elever och lärare. Och ibland nämndes svårigheterna samtidigt med vissa fördelar:

M1: Det är en ganska hög inlärningskurva, tycker jag. Det har gått 1-2 månader nu, och först nu har man verkligen börjat sätta sig in i allt. I början var det helt kaos.

K1: Själva miniräknaren var ju inte så svår. Det var ju mer att hitta i menyer och dokumenten.

L1: Att kunna räkna är ju en del av de förmågor man ska ha i matematik, så man måste träna även att räkna med papper och penna och i huvudet. Men det är bara en del. Det viktigaste är ändå att förstå vad man gör, och kunna utföra det man tänkt göra. Där ställer inte datorn till med något problem. Där tänker jag mig att det kan underlätta, för man kan

göra saker snabbare. Man kan mer koncentrera sig på de bitarna som jag gjorde idag. Så jag ser inte så stora faror.

L2: Jag är rädd att den elev som har lite svårt att hänga med alltför lätt använder räknaren för att se att det blir rätt som han gjorde, utan att egentligen själv tänka igenom uppgiften. Jag är rädd för att de ska knappa in solve och så ser vad det blir. Då får man inte det här kämpandet som det blir när man sitter med papper och penna.

Svårigheter och risker	Lärare	Elever	Kommentar
Svårt att börja med TI-Nspire.	X	X	6 lärare
Elever anser att det är svårt att använda i "normalt" skolarbete	X		6 lärare
Tar tid att lära sig att använda TI-Nspire, t.ex. att hitta i menyer.	X	X	Ganska frek., 47 % i el.enk. 3 lärare
Svårt att använda olika verktyg, t.ex. för funktioner och grafer.		X	Ganska frek., 39 % i el.enk.
Ibland svårt att veta hur man ska börja lösa ett uppgift.		X	Ganska frek., 42 % i el.enk.
Ibland vet man inte vad man gör, speciellt när man använder CAS.		X	
Ibland är det svårt att tolka svaren men får med CAS, t.ex. med solve-kommandot.		X	26 % i el.enk.
CAS är svårt att hantera. Steget upp från grafräknare är högt.	X		
Det är viktigt att man också övar sig i att lösa uppgifter med papper och penna. Man måste göra båda.	X		Frekvent i intervjuer
När man arbetar med papper och penna förstår man bättre.	X		
En risk att lågpresterande elever inte kan behärska den här teknologin, i synnerhet CAS.	X		
En risk att lågpresterande elever lär sig mindre än utan teknologi.	X		Ganska frekv. i intervjuer
Teknologi bär ofta med sig problem av teknisk natur, t.ex. tomma batterier, vid uppstart etc.	X	X	Frekvent i intervjuer

Tabell 2. Vanliga svårigheter med att använda TI-Nspire-teknologi. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Lärarna var i allmänhet ganska oroliga över riskerna med att använda TI-Nspire "för mycket", särskilt i samband med CAS. De flesta av dem hävdade speciellt att eleverna måste använda papper och penna för att skriva ner lösningar till alla uppgifter, och några sa också att det var avgörande för deras förståelse av matematiken. Det är viktigt med både teknologi och papper-och-penna. De såg också risker för de lågpresterande eller "svagare" eleverna. En sådan risk är att dessa elever har för många problem med att hantera tekniken, speciellt CAS, och en annan att de blir alltför beroende av tekniken i matematikarbetet (se intervjuer ovan). Men lärarna kan också se en rad fördelar med tekniken jämfört med bara med papper-och-penna. Dessa sammanföll väl med vad studenterna hävdade (se tabell 3 på nästa sida).

Fördelar med TI-Nspire jämfört med papper och penna	Lärare	Elever	Kommentar
Man arbetar snabbare, så man kommer längre i matematiken och man får bättre kunskaper.	X	X	Frekvent av elever
Snyggare och mer korrekta grafer.	X	X	Frek. både av lärare och el.
Man kan genomföra svårare algebraiska beräkningar.		X	
Man kan lätt prova många alternativ, t.ex. för en funktion.		X	
Man har vanligen tillgång till många alternativa sätt att lösa ett problem.	X	X	
Man arbetar mer i grupp än med papper och penna.		X	
Man kan fokusera mer på att förstå t.ex. en graf och mindre på att plotta och rita den.	X	X	
Bättre förståelse av matematik med TI-Nspire.	X		
Lättare att kontrollera svar, vilket sällan görs med papper och penna.	X	X	Frekvent av elever

Tabell 3. Fördelar med TI-Nspire jämfört med arbete med papper och penna. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Utdrag ur intervjuer med lärare och elever:

M1: Och om man sen ska arbeta med matematik, så kommer man ändå att ha en miniräknare. Man kommer inte att sitta och räkna i huvudet en massa svåra saker. Så jag kommer ändå att behöva miniräknare. Det känns onödigt att inte ha räknare.

M2: Man ser det på ett helt annat sätt när man använder det [TI-Nspire]. Var är skärningspunkten, hur lutar linjen osv.? Det underlättar väldigt mycket. Vilket också gör det roligare.

K: Vi hade geometri ganska tidigt, och då blev det ju användbart direkt. Det blir helt annorlunda och inte vad man är van vid. Det underlättade väldigt mycket.

I: På vilket sätt blir det lättare?

M: Det blir mer exakt när man ritar. Man kan få ut vinkeln utan vinkelskiva osv.

K: Det största är att man kan vrida på och dra i figurerna. Det kan man inte på papper. Det ger mer förståelse.

L1: En fördel med teknologin är att det går snabbare. Du kan fortare komma till det som är viktigt i matematiken. Om jag ska rita upp nåt på tavlan, utan teknologi, så tar det väldigt lång tid, och då sover ju eleverna när jag gör det. Då är det jättebra med den här, man kan direkt rita upp och så har man matematiken.

L2: Jag är övertygad om att det hjälper eleverna att förstå. När jag gick i skolan själv hade vi räknestickor och tabeller. Och det tog tid att rita grafer. Jag är övertygad om att våra elever idag har mycket bättre uppfattning om vad det handlar om, matematik, derivata, integraler etc., eftersom de har sett det så mycket mer.

Klasserna som deltog i projektet arbetade med tre typer av teknisk utrustning: bara bärbara datorer, bara handenheter, eller kombinationen av de båda. En intressant fråga här är vilka fördelar som nämns av informanterna för var och en av dessa typer (se tabellerna 4, 5 och 6).

Fördelar med laptops jämfört med handenheter	Lärare	Elever	Kommentar
Större skärm i färg. Man ser mer av vad man gör. Användarvänlig.	X	X	Frekvent i intervjuer
Lättare att arbeta med ett helt tangentbord.	X	X	
Man kan använda de vanliga tangentkommandona för datorer.		X	
Lättare att redigera uttryck och text.		X	
Lättare att hitta i menyer.	X	X	
Bättre för hantering av tns-filer.	X	X	

Tabell 4. Fördelar med laptops jämfört med handenheter. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Utdrag från intervjuer med lärare och elever:

L1: Den lilla displayen på handenheten ger inte samma möjligheter som på en laptop. Det blir för rörigt på handenheten.

L2: Användarvänligheten är oerhört mycket bättre på datorprogramvaran än på räknaren, så den är smidigare att använda. Och det är större och tydligare med färgskärmen. Och lite lättare också med filhantering. Man kan lägga ut filer som eleverna kan hämta. Det är ju enklare än om man skulle skicka ut filer med "connect-to-class" med ett extra moment på räknarna.

K: Men graferna är ju mycket lättare att göra på datorn än på räknaren. Och hitta skärningspunkterna går snabbt.

Fördelar med handenheter jämfört med laptops.	Lärare	Elever	Kommentarer
Snabbare med handenheter när man utför enklare beräkningar.		X	Ganska frekv. av elever
Därför mer flexibla i andra ämnen, t.ex. fysik.	X	X	
Lättare med handenheter i provsituationer.	X	X	
Lättare att bära än en laptop.		X	
Därför mindre risk att glömma att ta med.		X	
Det tar mer tid att starta datorerna.	X		
Mer tekniska problem med datorer.	X		
Man är beroende av ett nätverk.	X	X	

Tabell 5. Fördelar med handenheter jämfört med laptops. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Utdrag ur intervjuer:

M1: Det är mycket skönare att sitta med en räknare på ett prov istället för en dator framför sig. Och handenheter är mycket skönare att jobba med när du vill få fram någonting snabbt. Det är också lättare att gå omkring och bära på en räknare än en dator.

M2: Det är för att det är smidigare att ha räknarna [i fysik och kemi]. Och där behöver man inte en stor skärm. Man behöver bara knappa in några uträkningar.

Fördelar med att ha handenheter i kombination med laptops.	Lärare	Elever	Kommentar
Man kan välja själv vilkendera som är bäst i varje situation om man är van vid båda.		X	
Handenheter är bättre att använda vid prov, men datorer i det dagliga arbetet.	X		
Handenheter är bättre för snabba beräkningar, datorer för att arbeta med grafer eller att lösa större problem.	X	X	Ganska frekv. av elever
Lättare att överföra filer när man gör det själv.		X	
Man är inte så beroende av ett nätverk.	X	X	

Tabell 6. Fördelar med att ha handenheter i kombination med laptops. Anmärkningar om hur frekventa svaren är samt några resultat från enkäterna ges i kommentarskolumnen.

Utdrag ur intervjuer:

K: När man jobbar i datorn så är det lättare att hitta det man ska ha. Det svåra är när man ska ha prov. Då har man handenheter istället.

M: Eftersom vi har matematikboken i datorn är det smidigt att ha räknaren i datorn. Inom fysiken och kemin använder vi handenheter då vi har vanliga böcker och det blir mycket smidigare att ha handenheter än datorn då.

L: Det blir mycket tydligare på datorn med grafer. Man har större utrymme för att undersöka dem. För eleverna, trots att man har datorn, så är handenheten många gånger bättre. Så det är både och. De använder båda kontinuerligt.

Eleverna tillfrågades också i enkäten om de ville behålla den konfiguration av utrustning som de hade använt i projektet, eller om de hade velat annan om de kunde ha valt själva. Av dem som hade använt enbart bärbara datorer, svarade 72% att de bara ville ha bärbara datorer och att handenheter var onödiga. Av resten ville samtliga ha en handenhet att kombinera med den bärbara datorn. Skälen dessa elever angav var i huvudsak desamma som gets i tabell 6. Ett exempel:

M: Det är bra för att en laptop har större skärm och är i helhet smidigare att arbeta med. Dock kan det vara jobbigt att bära runt på, framför allt när man också ofta behöver en ström källa med tanke på att våra datorer har ganska dålig batteritid.

Av dem som bara hade handenheter svarade 80% att dessa är tillräckliga och att eventuella datorer är onödiga. De som också ville ha en bärbar dator angav skäl som även har presenterats ovan, såsom:

M: Man kan bli lite låst och det är ibland jobbigt i räknarens gränssnitt.

De som hade både laptop och handenhet svarade enhälligt (100%) att detta är vad de verkligen önskar. Anledningar gavs som exempelvis:

K: Skönt att man på lektionerna kan sitta med datorn och senare på rasten kanske använda räknaren.

M: Dåligt med räknaren är det att den är svårare att hantera, t.ex. när man ska välja menyer, men datorn kan vara för stor på skolbänken. Men det är just därför som det är bra att kunna välja mellan dator och handenhet, man kan anpassa valet efter situationen.

För att göra en sammanfattning av åsikterna om utrustningen som eleverna hade använt: De flesta av dem var nöjda med vad de hade, och ville inte förändra något. Men kombinationen av bärbara och handenheter sticker något i det att alla de elever som hade den utrustningen både ansåg och angav skäl för att denna fungerar bäst.



Bild 1. Elever som arbetar med datorer och med handenheter.

Användning av TI-Nspire vid de nationella proven

En avgörande faktor när man använder bärbara datorer i matematikundervisningen är om dessa kan användas i prov och test av olika slag. Om de inte är tillåtna, och eleverna tvingas använda miniräknare på proven i stället, kommer motivationen för att arbeta med datorprogram att bli mycket svagare. Några av lärarna i projektet hade delat upp sina egna prov i två delar: prov med bara papper och penna tillåtna, och prov med TI-Nspire som hjälpmedel. Men det kritiska problemet är att bärbara datorer normalt inte är tillåtna i nationella prov, och av dessa måste eleverna i projektet göra minst ett. Så särskilt tillstånd att använda bärbara datorer söktes hos Skolverket för forskningsändamål. Tillstånd beviljades på två villkor: det första var att all kommunikation mellan studenter eller via Internet var förbjudet och att andra oönskade filer, som kunde användas för fusk, inte fick vara tillgängliga. Endast programvaran TI-Nspire var tillåtet för eleverna att använda.

Det fanns flera sätt som dessa villkor kunde ha uppfyllts av lärarna. Till exempel skulle det ha varit möjligt att skapa speciella "klienter" för studenterna att logga in till, som bara innehöll programvaran. Eller kunde det trådlösa nätverket på något sätt varit avstängt under provet. Vanliga stationära datorer utan nätverk kunde också ha använts. Av de sex lärarna i projektet som utnyttjade bärbara datorer vid det nationella provet löste fem problemet med de två villkoren på samma sätt. De placerade sig bakom eleverna, så att de kunde observera samtliga skärmar hela tiden.

Från lärarenkäten:

L1: Eleverna satt i ett stort klassrum alla vända framåt. Jag stod längst bak i klassrummet så att jag kunde se alla datorer. Vid frågor fick de komma till mig, inte jag till dem, för att eleverna inte skulle kunna veta åt vilket håll jag tittar. Vi kan inte stänga av det trådlösa nätet. Det stör övrig verksamhet alltför mycket.

L2: Få elever (12), lätt för mig att hålla kolla att inget annat är räknarprogrammet användes.

På frågan om huruvida det uppstod några problem svarade ett par lärare:

T1: En elev fick upp Facebook direkt då hon startade datorn. Men det blev bra att jag så åt henne. Andra förstod att jag kontrollerade.

T2: Vid två tillfällen fick jag säga till elever. En fick upp Facebook och en annan skolans hemsida. Det var ju helt onödigt eftersom de inte skulle ut på nätet överhuvudtaget.

En av lärarna tillämpade dock metoden med avstängt nätverk:

L: Vi använde datorerna i både Ma A och Ma B. Skolan kunde stänga av internetåtkomsten på just de datorer som eleverna hade då de skrev proven. Vi hade inga åtgärder mot blåtand, men eleverna använde inte detta, är jag helt säker på. Vi fick placera eleverna med dator mot dator samt rygg mot rygg med en större träskärm mellan datorerna där de satt mot varandra. Eleverna uppskattade att ha dem på provet, då CAS är mycket tydligare på datorn än på handenheten.

De flesta lärarna svarade bara "Nej" på frågan om eventuella problem, så det allmänna resultatet för denna fråga i studien är att det med olika metoder är möjligt att hantera nationella prov med bärbara datorer. Och om detta genomförs i större skala inom det svenska skolsystemet, kan lösningar som att stänga av Internet under provet eller att skapa särskilda "prov-klienter" för de bärbara datorerna bli mer tillgängliga.

För de elever som hade tillgång till handenheter var det inga problem med att använda TI-Nspire CAS-räknare, eftersom dessa har varit tillåtna på de nationella proven sedan 2007. Naturligtvis gäller även för dessa att oönskade filer, som kan användas för fusk, inte får vara tillgängliga. Men detta kan enkelt hanteras med den speciella "test mode" som är tillgänglig på räknarna, och som kontrolleras av läraren.

Förändringar i arbetssätt och hur elever interagerar, samarbetar och dokumenterar sitt arbete

I en "normalt" matematikklassrum i Sverige är det inte ovanligt att elever arbetar ganska ensamt med sina arbetsuppgifter. Läraren har en kortare helklassgenomgång i början av lektionen, men efter denna är det väldigt lite av diskussion kring matematik. Ibland har två elever som sitter bredvid varandra några kortare samtal och interagerar eventuellt, men mest är det läraren som rör sig runt och ger stöd till eleverna i deras eget arbete.

Den största förändringen i hur eleverna interagerade i detta projekt var att de samarbetade mer när de arbetade med TI-Nspire än de hade gjort tidigare. Det var fler diskussioner i par, i grupper och i hela klassen. Många gånger uppstod spontan gruppering under de matematiska aktiviteterna. Intressant nog började många av dessa diskussioner med praktiska frågor om hur TI-Nspire kan användas för en viss uppgift eller problem, för att sedan gradvis förbytas i mer matematiska sådana kring metoder och begrepp. Denna förändring nämndes i många intervjuer, både med lärare och med elever. I lärarenkäten hävdade dock bara hälften av lärarna att elevernas sätt att arbeta med matematik hade förändrats på ett avgörande sätt, och de övriga att förändringarna var ganska små.

M: Jag tycker man jobbar mer i grupp. För om jag har hittat på räknaren hur man gör, så är det alltid nån som frågar "Hur gör man?". På papperet vet alla hur man gör, så då jobbar man ensam.

L: De hjälper alltid varandra. Det tycker jag är jätteviktigt i all undervisning att de faktiskt pratar med varandra och försöker hjälpa varandra, för i den diskussionen elev till elev lär de sig också jättemycket. Men kan de inte tillsammans lösa det, så räcker de upp handen.

En annan viktig förändring var att elevernas klassrumsarbete tenderade att vara mindre styrt av läraren, vilket gav dem mer självständighet. En anledning till detta var att lärarna inte var experter på teknologin, så några av eleverna visste efter ett tag lika mycket som eller mer än läraren om TI-Nspire-funktionerna. En annan anledning var att lärarna gav fler problem och undersökande uppgifter, som ofta krävde någon slags diskussion för att helt lösa.

I: Är det besvärligt om läraren inte är expert på programmet?

M: Men det är mänskligt på nåt sätt. Ibland kommer nån elev och hjälper henne. Det känns som om vi umgås mera, vi förstår henne bättre och hon förstår oss bättre. Istället för

att hon är en sträng lärare som säger "Så gör vi!" och så är det slut.

L: Oftast är det eleverna som sitter med kunskapen om det mer praktiska handhavandet. Det finns alltid nån i klassen som har koll, och då förmedlas kunskaperna via eleverna oftare än via mig. Dyker det upp något under lektionen så får de oftast hjälp utav varandra.

En tredje viktig förändring var att lektionerna innehöll mer av kommunikation student-student och lärare-elev via nätverket och på andra elektroniska sätt. Detta gav eleverna ytterligare förmågor inom den viktiga kommunikationsdelen av "IKT", vilken särskilt nämns i läroplanen. Och studenterna använde de bärbara datorerna mer direkt i klassrummet:

L: Men jag har märkt att det finns en del som använder TI-Nspire kontinuerligt i skolarbetet. När jag har genomgång så antecknar de så här. Och det trodde inte jag. Jag trodde de fortfarande antecknar på papper. Och det är både tjejer och killar.

För eleverna i specialskolan för rörelsehindrade var förändringen betydande. Utan att använda datorer och TI-Nspire, kan de läsa text och uppgifter i en lärobok men vanligtvis inte skriva för hand, på grund av problem med finmotoriken eller med att ens hålla i en penna. I stället måste varje elev ha en assistent som skriver ner vad eleverna säger till dem, rita diagram etc. TI-Nspire öppnar för dem helt nya möjligheter, där de kan beräkna, rita diagram och skriva text och sedan spara lösningarna och/eller skriva ut dem. Dessa elever lämnade faktiskt in alla sina lösningar på de nationella proven i form av tns-filer.



Bild 2. Elever från skolan för rörelsehindrade i arbete med sina datorer.

En viktig fråga är om några speciella skillnader i arbetssätt eller i samarbete kunde upptäckas mellan klassrumsarbetet med bärbara datorer och handenheter. Lärare och elever gav ganska få exempel på skillnader, men en som nämns av ett fåtal elever var att de med handenheter tenderade att samarbeta mindre än med bärbara datorer. En annan skillnad som kunde urskiljas i intervjuerna var att det var svårare att överföra filer med handenheter, vilket lett till att klasserna arbetat mindre med färdiga tns-filer (konstruerade av läraren eller tillgängliga i "Nspirerande matematik"-materialet). En tredje skillnad som nämndes var att det var svårare att skriva text i handenheter, så eleverna dokumenterade enbart sina arbeten bara på papper.

Förändringar i klassrumspraktik och hinder för högkvalitativ undervisning

TI-Nspire CAS öppnar för möjligheter att göra stora förändringar i undervisningspraktiken. Avgörande är hur lärarna närmar sig matematiska begrepp och hur de använder de olika gestaltungsformer och metoder som är sammanbundna med matematiska aktiviteter. Men det är också de sätt på vilka lärarna organiserar klassrumsarbetet och hur de hanterar teknologin i allmänhet.

Vid början av projektet var de flesta av lärarna ganska obekanta med TI-Nspire programvara och handenheter. De var, som nämnts ovan, också ganska färska nya med att använda CAS i matematikundervisningen. I lärarintervjun tillfrågades de om på vilka sätt de använde bärbara datorer eller handenheter. Alternativen var: för *demonstration under genomgångar*, för *allmän diskussion i klassen*, för att *hjälpa elever eller grupper av elever*. Svaren i lärarintervjuerna varierade en hel del, främst beroende på vilka färdigheter den enskilde läraren hade, eller ansåg att han/hon hade. Här är några exempel:

L1: I först hand vid demonstrationer, och jag ger dem tips om hur de kan använda TI-Nspire. T.ex. i höstas visade jag hur man hittade skärningspunkter mellan grafer, och det var ju många steg man måste ta. Och nu visade jag hur man gör här, och så lätt det var! De blev väldigt förtjusta.

L2: Mina genomgångar självklart, och då kan eleverna jobba samtidigt. Och det är klart att när man går runt i klassen och hjälper, så är det klart att man utnyttjar programvaran och visar dem och försöker få dem att förstå hur man ska göra. Gruppdiskussioner kan ju också vara väldigt bra ibland, när man sitter och tvingas försöka förklara för varandra.

L3: Hjälp till enskilda elever: Fördelen med TI-Nspire är att man enkelt kan gå tillbaka och se exakt vad de har gjort. Och den skriver om uttrycket så att eleven lättare hittar sina egna fel. Ibland har jag med min egen räknare och ibland visar jag på deras.

Användningen av teknologi för demonstration och genomgång var ganska vanligt bland svaren, såväl som hjälp till individer och grupper. Svaren på enkäten vid slutet av projektet visade att de flesta av lärarna ansåg att deras sätt att undervisa hade förändrats till viss del (6 av 8 lärare), medan en av dem inte tyckte så och en inte visste. De allmänna förändringar som de uppgav var att de använde dator och projektor mer, att de arbetade mer med problemlösning och att de använde sig av grupparbete mer i sin undervisning.

Lärarna tillfrågades också i intervjuerna om hur de *avsåg* att eleverna skulle arbeta med teknologin. Alternativen här var: som räknehjälpmedel, som problemlösningsverktyg, för att upptäcka och förstå matematiska begrepp och metoder etc. (*beräkningsverktyg, undervisningsverktyg och lärandeverktyg*, Balling, 2003). Återigen varierade svaren i intervjun:

L1: Eftersom jag själv är nybörjare, så är det första alternativet självklart. Det andra är jag på väg med, men det tredje... Jag har inte kommit så långt själv. Men det är nåt jag kan tänka mig att göra.

L2: De använder den för större förståelse. T.ex. nu ser de olika grafer och ser olika lösningar och ser det väldigt snabbt. De ser de olika möjligheterna som finns med det.

L3: Det är nog alla de här sakerna.

Men vad händer när elever har svårigheter att hantera teknologin eller den matematik de möter där? Frågar en annan elev, frågar de läraren, försöka de lista ut det på egen hand etc.? Eleverna svarar i allmänhet att de ber lärarna, men många försöker också få hjälp av andra elever. Det varierar dock från fall till fall, beroende på typen av svårigheter.

M1: Man kollar mycket själv, och hittar man det inte då, så kan man fråga Mats. Eller så är det nån annan i klassen som har hittat det.

M1: Det tar tid när man räcker upp. Det är många som behöver hjälp. Annars är det bara att fråga grannen, för det man själv har svårt för kanske inte grannen har. Man kan hjälpa varann.

I lärarintervjuerna förklarade lärarna också vad som händer när många elever har liknande svårigheter:

L: Ofta går man runt i klassrummet och hjälper de elever som har svårigheter. Men märker man att en uppgift kommer tillbaka så tar man den på tavlan.

Men de flesta av lärarna berättade också att de önskade att eleverna skulle hjälpa varandra, och att det var mycket positivt om de gjorde så. Orsakerna till detta är att det är bra för eleverna att tänka och prova själva innan de får en ibland alltför snabb hjälp, och att det är viktigt att eleverna får prata och diskutera matematik med varandra. Och några av eleverna har ofta tillägnat sig goda färdigheter i att hantera teknologin.

L1: De hjälper alltid varandra. Det tycker jag är jätteviktigt i all undervisning att de faktiskt pratar med varandra och försöker hjälpa varandra, för i den diskussionen elev till elev lär de sig också jättemycket. Men kan de inte tillsammans lösa det, så räcker de upp handen.

L2: Oftast är det eleverna som sitter med kunskapen om det mer praktiska handhavandet. Det finns alltid nån i klassen som har koll, och då förmedlas kunskaperna via eleverna oftare än via mig. Dyker det upp något under lektionen så får de oftast hjälp utav varandra.

L3: Det känns ju bättre när de försöker själva en stund innan de frågar mig, såklart. Om de frågar mig direkt och jag hjälper dem, så har det inte löst så mycket för dem egentligen. De har bara fått en serverad lösning utan att ha bearbetat problemet. Så jag ser gärna att de inte kallar på mig direkt. Och jag uppmuntrar alltid samarbete. Att diskutera problemen tillsammans och hjälpa varandra ser jag som en stor resurs i klassrummet.

En avgörande fråga i denna studie var om lärarna hade använt tekniken avsiktligt på något sätt för att få eleverna att reflektera över matematik. I de första intervjuerna förklarade några av lärarna att de helt enkelt inte hade nått så långt ännu. De hade för lite erfarenhet av tekniken. Men några förklarade att samarbete mellan elever, som nämnts ovan, är av stor betydelse även för deras reflektion. Och reflektion är viktig för förståelsen av matematik. Lärarna tillfrågades också om de hade använt tns-filer som de konstruerat själva i sin undervisning. Vissa gav ett negativt svar, som:

L: Nej, så långt har jag inte kommit än. Men det är förhoppningen framöver. Men det handlar också om tid. Du ska hinna allting, förbereda m.m. Och det tar tid att göra egna uppgifter.

Lärarna som faktiskt hade börjat göra tns-filer tillfrågades om sina tankar och avsikter med dessa. Ett par svar:

L1: Ja, jag har gjort några. Det är väldigt kul att jobba med. Och det blir nog mer och mer att man hittar saker som man kan göra. Sen att få fram ett helt problem som ger nåt kan vara lite svårt. Det ska ju vara något som ökar förståelsen, för det är ju hela tiden det man är ute efter och det som jag tror också det här är så bra på.

L2: Ja. Det kan vara som idag att de ska koncentrera sig på problemlösningen och inte bränna sin energi på eller gå vilse i själva beräkningarna. Man ska få en känsla för hur det hänger ihop.

Dessa svar visar att de lärare som hade konstruerat sina egna filer redan hade börjat fundera på hur TI-Nspire ska användas för mer än bara som ett beräkningsverktyg, och att de gör kopplingar mellan problemlösning och matematisk förståelse.

Progression av instrumentell and dokumentell genesis

Flera elever förklarade i den första intervjun hur svårt och komplicerat TI-Nspire tedde sig första gången de startade det. Det innehöll så många "saker" så att de knappt visste var man ska börja. Detta förstärktes av de tekniska problem som uppstod i samband med installationen av programvaran. En student kallade det hela kaotiskt, och detta var också ett uttryck en av lärarna använde. Men de flesta eleverna svarade att efter ett kort tag, när de hade fått bekanta med programvaran eller handenheter, verkade TI-Nspire inte så komplicerat alls.

M1: Det såg väldigt komplicerat ut och jag tänkte: Detta kommer aldrig att funka. Men sen när man väl lärde känna det och fick klart för sig vad man skulle göra var det inte så svårt.

M2: Det är en ganska hög inlärningskurva, tycker jag. Det har gått 1-2 månader nu, och först nu har man verkligen börjat sätta sig in i allt. I början var det helt kaos.

M1: Det finns mycket funktioner, och när man väl har lärt sig dem så blir de ganska lätta att använda. Så det är bra.

Lärarnas erfarenheter är likartade, även om en lärare påstår att det inte fanns några egentliga problem vid starten.

L1: En cirkus! Jättejobbigt! Det tog ett par lektioner innan vi fått det att funka för alla.

L2: Jag upplever den här programvaran som väldigt lätt att komma igång med. Det finns så klart mycket som är svårt, men det är ingen hög tröskel. Och för ungdomar som är vana vid dataprogram, så är det här inget konstigt alls. De är snabbt igång.

Lärarna tillämpade varierande strategier för att minimera problemen, som att ta små steg, visa procedurer steg för steg, göra lathundar etc.

L1: Sen måste man börja med uppgifter med inte alltför många tekniska steg, för att de ska komma igång. Men sedan lär de sig mer själva, och kan sådant som jag inte kan fortare. Vi tog 10 min varje lektion och hade nån sån här grej som man kunde visa.

L2: Jag visade på min dator och så fick alla göra detsamma. Det tog ganska lång tid. Jag har sen själv gjort lathundar för de funktioner som de behöver använda mycket. Hur de gör steg för steg.

Under projektet har elevernas skicklighet i användningen av TI-Nspire gått märkbart framåt. Många av de svårigheter de såg i början har försvunnit för dem, även om det finns några elever som fortfarande har ganska stora problem med användning av programvaran eller handenheter. I lärarnas enkät svarade 6 av 8 lärare att en del elever fortfarande har svårigheter med att använda TI-Nspire, men också att de flesta elever har gjort framsteg i sitt sätt att arbeta med det. Fem lärare svarar också att en del elever gillar att utforska TI-Nspire för att hitta nya funktioner, och att dessa ofta delar med sig av vad de tagit reda på till andra elever och ibland även till läraren.

L: Men så är det några elever som fattar lite snabbare och kan visa de andra. Så plötsligt har man en hel stab som hjälper till. Och det är ju tur att man har det.

De sätt på vilka eleverna dokumenterade sitt arbete med uppgifter och problem visade mycket små framsteg under projektet. I viss utsträckning berodde detta på det faktum att lärarna sällan använt möjligheterna att arbeta med filer med många sidor eller bilder, och att eleverna inte använde applikationen Anteckningar i TI-Nspire för att dokumentera, med undantag för en av klasserna där det var ganska vanligt. Detta var också i enlighet med observationen av en lektion med just denna klass.

I: Är ni vana vid uppgifter där ni har flera olika sidor ni växlar mellan?

K/M: Ja.

I: Och också där ni svarar genom att skicka in tns-filer?

K/M: Ja.

Eleverna var dock i allmänhet vana vid att spara sitt arbete som tns-filer. De använde dessa främst för att gå tillbaka och se hur de hade löst en uppgift eller ett problem när en liknande återkom. Men några undantag fanns:

M: När jag sparade fick jag bara med ett dokument, inte alla flikar.

Fanns det då några skillnader mellan miljöerna med och utan handenheter? En sådan skillnad var att det var mycket svårare att arbeta med text när man arbetade med handenheter. Displayen är ganska liten och det är också tangentbordet. Detta gör det svårt att uppnå någon högre hastighet i arbetet med mer komplicerade problem.

L: Det är ibland lite smått på displayen, och knappatsen är lite svårarbetad. Men det kommer ju nya räknare snart. Men det känns lite frustrerande att det ska vara stöttestenen när man vill undersöka nånting. Där är ju datorversionen mycket, mycket bättre.

Många av eleverna använde fortfarande sin miniräknare i fysik och kemi, medan de använde laptops i matematik. Och enskilda elever hade ibland speciella sätt att kontrollera lösningar:

I: Jag iakttog en intressant sak idag när eleverna arbetade med uppgiften du gav. En elev gjorde uppgiften på datorn, men sen när han skulle kontrollräkna tog han upp räknaren och gjorde det där.

N: Det såg jag inte.

I: Kan det bero på ovanan vid TI-Nspire?

N: Precis. Räknaren känner de.

Förmåga att använda TI-Nspire-teknologi för problemlösning och i uppgifter av undersökande karaktär

Som nämnts tidigare i rapporten, fanns inte problemlösningssuppgifter och särskilda uppgifter av undersökande karaktär med bland de typer som många av lärarna startade med. CAS var också lite av ett hinder för dem som hade liten eller ingen erfarenhet av att använda det i undervisningen. En lärare förklarade:

L: Nu ska jag introducera CAS, så nu är jag lite mer orolig för hur de ska ta emot det här. De som utnyttjar det här är ju oftast fel elever. Jag är rädd för att de som inte tänkt igenom det matematiskt, det är också de som faller in i att bara testa: Det här blir rätt och det här blir fel. Men de som verkligen tagit till sig matematiken, de kanske inte ens bryr sig om att pröva, för de vet att det blir rätt. Det är alltså fel elever som använder den här teknologin.

Men andra lärare var redan övertygade om att eleverna skulle klara ut det hela:

L1: De hittar redan på egna metoder för att kolla saker och ting. De har exempelvis funnit sant-falskt-funktionen för att kolla om uttryck är lika. Det har jag inte lärt dem. Vi ser att de är lite snabbare på att upptäcka mönster också.

L2: Ju mer de har lärt sig tekniken ju friare blir de. Och det finns alltid ett gäng som håller på med det andra hållet, med trial-and-error, och det fungerar inte så bra i längden. Men man jobba stenhårt med det så att de får det som sitt verktyg.

Med problemlösningsexperimentet i slutet av projektet sattes elevernas allmänna färdigheter i att använda programvaran eller handenheter på prov. De problem som gavs till eleverna konstruerades med tre nivåer: Först innehöll det vanliga beräkningar och/eller avläsningar av grafer, sedan några mer komplicerade beräkningar med jämförelse mellan olika svar och fattande av beslut, och till sist en undersökande uppgift där eleverna fick skriva sina svar i klartext.

Problemet avsett för Matematik A (se bilaga F) löstes av två av klasserna. Den hette "Semesterstugan" och beskrev tre semesterföretag med olika avgiftssystem. Eleverna skulle först beräkna avgiften för några givna tidslängder, sedan ombads de att representera avgiftssystemen med funktioner och grafer, och sist skulle de reda ut vilket företag som hade minst avgift för alla möjliga tidslängder man bodde i stugan.

Problemet avsett för Matematik B (se bilaga G) löstes av sex klasser. Den hette "Skärningspunkter" och baserades på två funktioner, en andragsgrads och en linjär, som skar varandra ($f_1(x) = x^2 + 1$ and $f_2(x) = 2x + 4$). Först ombads eleverna att avläsa och notera skärningspunkterna, även i det fall då den linjära funktionen flyttades så att det inte fanns någon skärningspunkt. Sedan fick de reda på med vilken konstant term i den linjära funktionen (istället för 4) man får två, en eller inga skärningar. Därefter ombads de att lösa ett icke-linjärt ekvationssystem som i realiteten återspeglade graferna i den första delen (studenterna tänktes upptäcka detta). Vidare introducerades en parameter m för den konstanta termen i den linjära funktionen, och eleverna ombads att lösa systemet igen och även förklara varför den allmänna lösningen gav två, en eller några lösningar för systemet:

$$\begin{cases} x^2 - y = -1 \\ 2x - y = -m \end{cases}, \text{ med lösningar } \begin{cases} x = -\sqrt{m} + 1 \\ y = m - 2\sqrt{m} + 2 \end{cases} \text{ eller } \begin{cases} x = \sqrt{m} + 1 \\ y = m + 2\sqrt{m} + 2 \end{cases}$$

Eleverna ombads slutligen att reflektera över de två generella lösningarna och förklara varför dessa skapade olika typer av resulterande lösningar för olika värden på m .

Observationen av klasserna visade att de hanterade TI-Nspire på ett tillfredsställande sätt. Deras förmåga att lösa problem med TI-Nspire var bra, med endast ett fåtal undantag. Många lyckades också ge bra svar på de svårare delarna av problemen. De metoder de använde i lösningsprocessen varierade. Vissa arbetade mer med algebraiska metoder, andra mer med grafiska lösningar. Till exempel demonstrerade att en del elever att de kunde manipulera grafer genom att dra dem upp och ner (drag-verktyget). Andra arbetade istället med ekvationerna för funktionerna och gjorde ändringar i dem, antingen direkt i inmatningsraden eller i formeln inuti diagrammet.

Eleverna gavs problemet direkt via tns-filer och de ombads att skriva alla sina lösningar i filen och returnera den efteråt. Dessa filer samlades sedan in av läraren och överlämnades senare till forskaren. Dessa filer kan analyseras matematiskt i detalj, men det kommer inte att göras inom denna rapport. Att skriva text med TI-Nspire verkade dock orsaka vissa problem för många elever. De var i allmänhet inte vana att skriva text inom systemet, och i synnerhet var detta fallet för elever som använde handenheter. När eleverna tillfrågades om detta, förklarade de att det var svårt för dem att skriva eftersom tangentbordet var litet och det innehåller inte svenska bokstäver som å, ä och ö (de hade inte upptäckt att de lätt kunde nå dessa bokstäver på samma sätt som de gör på sina mobiltelefoner). Det fanns, som tidigare nämnts, ett undantag. I en av klasserna var denna metod att distribuera uppgifter och för eleverna att lämna in sina lösningar med skriven text vanlig i det dagliga klassrumsarbetet. För denna klass, som använde bärbara datorer, var texten inget hinder.

Problemet avsett för Matematik A krävde inte mycket användning av CAS, men det för Matematik B gjorde verkligen det. För de flesta elever var lösning av ekvationssystem med CAS inget problem, även om de använde olika sätt att skriva in systemet (förmodligen på grund av hur lärarna hade instruerat). Men några elever hade vissa svårigheter, och var tvungna att be om viss hjälp. De tyckte också att den lösning de kom fram till i systemet med parametern var "konstig" och därför sannolikt fel. Några synpunkter som framfördes i fokusgrupperna:

Matematik A:

M2: Det var sånt som vi gjort tidigare.

M1: Sånt som vi kände igen, inget särskilt nytt.

I: Var programvaran bra att jobba med i en så här uppgift?

M1: Jag tror CAS är bra för sådana här uppgifter.

K: De två första frågorna var inte så svåra, men den tredje var rätt klurig. Men vi har haft liknande frågor.

I: De kändes som om ni var lite ovana vid att avläsa skärningspunkter.

K/M: Mm.

Matematik B:

K: Det var ganska likt det vi brukar få i matteböckerna.

K: Och ibland får vi ut... och så ska vi jobba två och två. Och så brukar man få en sån där utskickad till miniräknaren.

K: Vi har ju inte använt det här solve i ekvationssystem tidigare, utan vi har gjort det algebraiskt för hand.

K: Övningen var väl inte så svår i sig, men vi brukar ju inte göra sådana övningar.

I: Nämn något särskilt som ni kanske hängde upp er på.

K: Deluppgift 6, näst sista. Såna uppgifter har vi väl inte haft. Alltså att ha m förutom x och y .

Effekter på elevers utveckling av djupare förståelse

En viktig fråga, som samtidigt är svår att besvara, är om eleverna utvecklat en djupare förståelse för begrepp och metoder i matematik. Lärarna tillfrågades speciellt om detta i enkäten vid slutet av projektet. Alla åtta (100%) svarade att eleverna lättare använder TI-Nspire för att illustrera matematiska objekt och att undersöka dem grundligt. Sex lärare säger att det ger fler möjligheter inom problemlösning och att studenterna klarar svårare uppgifter. Men bara tre av lärarna hävdar bestämt att eleverna verkar bygga en djupare förståelse för matematik med TI-Nspire. En orsak, som mer än en lärare angav, är att djupare förståelse alltid innebär användning av papper och penna. Man kan beräkna och utforska med hjälp av teknologin, men du måste överföra resultaten till utanför den för att verkligen förstå. Alla elever dokumenterar inte de lösningar de kommer fram till i TI-Nspire på papper, så tekniken kan rent av skada deras förståelse. Och läraren måste kontrollera att alla elever verkligen får den kunskap de ska, och det är omöjligt om de inte dokumenterar sitt arbete på papper. En lärare hävdar också att eleverna inte ska göra *allt* med räknare.

I intervjuerna var lärarna generellt sett positiva, men varnade samtidigt för några risker som de kunde se. Några åsikter:

T1: Vi har jobbat mycket också med att el ska ta till sig det matematiska språket, och där tycker jag miniräknarna stöder. Jag ser inte riskerna, men man måste jobba konsekvent

med algebran också så att man får hantverket.

T2: Jag är rädd att den eleven som har lite svårt att hänga med alltför lätt använder räknaren för att se att det blir rätt som han gjorde, utan att egentligen själv tänka igenom uppgiften. Jag är rädd för att de ska knappa in solve och så se vad det blir. Då får man inte det här kämpandet som det blir när man sitter med papper och penna.

T3: Det är en risk att eleverna inte skriver ner det de gjort och att deras lärande därför blir lidande.

I: Men ser du några risker?

T4: Ja, om läraren förlitar sig för mycket på det och låter det gå. Att man inte har koll på att eleverna verkligen lär sig.

Några elever hävdade i enkäten att TI-Nspire har haft en positiv effekt på deras förståelse:

M1: Ett mycket användbart hjälpmedel som har get mig bättre förståelse för t.ex. andragskurvor ser ut och fungerar.

M2: Man har lärt sig att förstå lite mer i matematiken, och man börjar förstå hur vissa saker är uppbyggda!

I fokusgrupperna var åsikterna om TI-Nspire i allmänhet också positiva, inklusive de sätt på vilka lärarna hanterar det:

K1/M1: Han ser på oss om vi inte förstår. Han är noga med att vi ska förstå allting.

K2: Det går snabbare. Man ser helheten mycket snabbare, och man hinner lära sig mycket mer.

M3: Det känns som om vi löser bra mycket svårare uppgifter.

K3: Indirekt påverkar det förståelsen för att vi hinner mer.

M4: Solve-funktionen är helt underbar. Vi förstår uträkningarna, men med den funktionen slipper man göra alla delmoment.

Men det fanns även hos dem tankar på möjliga negativa effekter:

M: Fast det känns ibland som om man förlorar problemlösningen. Man kör bara på räknaren och man funderar inte på hur man skulle löst det på ett annat sätt.

K: Fast man kan ju bli lite lat. Om man bara använder TI-Nspire så kanske man glömmer bort hur man gör för hand. Och det kan ju vara väldigt negativt.

Elevers motivation, intresse och självförtroende

De positiva effekterna av att använda teknologi i matematikundervisningen har rapporterats i många studier (jfr Persson, 2010). Lärare och elever tillfrågades om dessa effekter, både i intervjuerna och i enkäterna. Speciellt var attityderna till TI-Nspire intressanta i detta projekt. En avgörande punkt var införandet och genomförandet av programvaran eller handenheter. Några lärares röster:

T1: I starten blev många negativa eller halv-negativa, för att det tar tid och för att de hade problem att få det att fungera. Och så finns det förstås skeptiska människor.

T2: Det har varit mer positivt än negativt. De förväntar sig, när de börjar på NV, att de ska få bra matematiska hjälpmedel. Men det här har fungerat smidigare än vad en räknare gjort. Och mycket snyggare. Aha-upplevelser har det ju blivit, t.ex. när vi kört med data statistics. Det tycker de också har varit väldigt läckert, estetiskt tilltalande.

T3: Lite positivt och lite negativt. De finns t.ex. en elev som har frågat hur länge det här projektet ska vara, för hon har inte kommit in i programmet riktigt.

T4: Det har inte varit något problem. Det här är ju en väldigt rolig klass. De är pratglada just om ämnet, om det de ska.

I lärarenkäten, svarar 6 av de 8 lärarna att eleverna verkar tycka att matematik är roligare när de kan använda TI-Nspire. Men en del påstår också att elevernas åsikter om programvaran varierar mycket från person till person. I enkäten anger 34% av studenterna speciellt att matematik är roligt när man kan lösa svårare problem, t.ex. med *solve*-kommandot. Ett exempel på hur de förklarar detta:

M: TI-Nspire har varit mycket bra och har hjälpt mycket i matematiken. Det har gjort att det blivit roligare, och man känner sig duktig.

I diskussionerna i fokusgrupperna gav eleverna uttryck för flera intressanta åsikter, till exempel:

M1: Inte intressantare, men smidigare. Matten ändras inte. Två gånger två blir inte roligare för att man gör det på datorn.

M2: Ett enormt uppsving. Det blev roligare med matte och man lärde sig mer och fick mer ut av det.

M3: Man ser det på ett helt annat sätt när man använder det. Det underlättar väldigt mycket. Vilket också gör det roligare.

M4: Jag tycker det är en otrolig hjälp för att se på grafer och göra beräkningar med funktioner. Jag vill gärna fortsätta jobba med TI-Nspire senare.

K: Ja, man kan mycket mer.

I: Gör det också att det blir intressantare?

M1: Man kan göra mer avancerade uppgifter.

M2: Man känner sig säkrare också.

M3: Det jag märkte när vi bytte till Texasboken och –räknaren var att vi hjälps åt mycket mer i klassen. Innan satt man med boken och jobbade för sig själv.

Som väntat tycker de flesta elever att det är roligare med matematik med TI-Nspire eftersom matematik uppträder på ett nytt sätt, det ger dig mer kraft och det är tilltalande att arbeta med. Detta påverkar deras föreställningar om matematik och matematiska aktiviteter, och de tror även att TI-Nspire har en positiv effekt på deras matematiska kunskaper och förmåga. Nyttan med tekniken i framtiden kommenterades också av både lärare och elever:

L: När eleverna väl har slutat skolan och börjar jobba, så har de sina hjälpmedel, och varför inte lära dem att använda dem från början? Då bör de nationella proven konstrueras utifrån det. Men bör ha ett nationellt prov där man faktiskt har nytta av den nya teknologin med CAS, och kan använda den på ett bra sätt.

M: Och om man sen ska arbeta med matematik, så kommer man ändå att ha en miniräknare. Man kommer inte att sitta och räkna i huvudet en massa svåra saker. Så jag kommer ändå att behöva miniräknare. Det känns onödigt att inte ha räknare.

Sammanfattning och diskussion

Denna studie är baserad på ett antal frågeställningar som rör de deltagande lärarnas och elevernas erfarenhet av och utveckling i att använda TI-Nspire teknologi. TI-Nspire användes i tre olika konfigurationer av studenterna: enbart på bärbara datorer, enbart på handenheter samt i en kombination av de båda. Av särskilt intresse var om det fanns några signifikanta skillnader mellan dessa tre miljöer och i synnerhet vilka fördelar som kan urskiljas med en "dubbel lösning", det vill säga elever som använder en kombination av bärbara datorer och handenheter. Vidare var strävan att jämföra resultaten och slutsatserna från studien med rön från annan forskning, samt att placera den inom dess teoretiska ram. Sammanfattningen och diskussionen nedan knyter samman dessa delar till studiens väsentliga bidrag till forskningen.

Följande sammanfattning har i princip getts samma beteckningar som forskningsfrågorna:

A. Elever/lärande

1. a. Studenterna uttryckte samstämt ett antal fördelar med TI-Nspire-teknologi i allmänhet. Bland dessa var mer *fysiska* fördelar, som en bra skärm och att den är snabb och flexibel att arbeta med. Men viktigare är de *matematiska*, t.ex. enklare att arbeta med funktioner och andra områden i matematik, nya sätt att arbeta med problemlösning, hantera svårare uppgifter osv., samt de *konceptuella*, som att lära sig mer matematik, förstå det bättre och möjligheter att fokusera på förståelse.
- b. Bland de *risker och svårigheter* med TI-Nspire eleverna nämnde var att det är svårt att börja med och att det tar lite tid att lära sig använda. Men efter att den första

”inkörningsperioden” tyckte de flesta av dem att det var ganska lätt att använda. Speciella svårigheter uttrycktes i samband med CAS, som att det är svårt att hantera och att förstå svaren, och att man ibland inte vet riktigt vad man gör.

c. Några fördelar med *TI-Nspire jämfört med papper-och-penna* nämndes också. Man arbetar snabbare, så att man når längre i matematik och man får bättre kunskap. Det är lättare att arbeta med grafer, att genomföra svårare algebraiska beräkningar och att prova många alternativ. Att kontrollera svar på uppgifter är också mer frekvent, och förståelsen i matematiken befrämjas när man inte måste fokusera på enkla beräkningar eller plotta grafer.

d. Fördelar med *bärbara datorer jämfört med handenheter*, som angavs av eleverna, var större skärm med färg så att man ser mer av vad man gör, lättare att arbeta med helt tangentbord, mer användarvänliga, lättare att redigera och hitta rätt i menyerna, lättare att hantera filer mm.

e. Fördelar med *handenheter jämfört med bärbara datorer* var exempelvis att det går snabbare med dessa när man utför enklare beräkningar och att de därför är mer flexibla i andra ämnen som fysik, lättare att hantera i provsituationer, lättare att bära än en laptop och därför mindre risk att glömma samt att man inte är beroende av ett nätverk.

f. Fördelar med att ha *handenheter kombinerat med bärbara datorer* är att man kan välja själv vilkendera som är bäst i varje situation om man är van vid båda. Handenheter är bättre för snabba beräkningar, datorer för arbete med grafer eller för att lösa större problem. Det är också lättare att överföra filer när man har tillgång till hela systemet, och man är inte så beroende av ett nätverk som kanske inte fungerar så bra.

2. a. Den största förändringen i hur eleverna interagerade inom projektet var att de *samarbetade mycket mer* när de arbetade med TI-Nspire än de hade gjort tidigare. En annan viktig förändring var att elevernas klassrumsarbete tenderade att vara *mindre styrt* av läraren, vilket gav dem mer självständighet. En tredje viktig förändring var att lektionerna innehöll *mer kommunikation* elev-elev och lärare-elev via nätverket och andra elektroniska vägar. För elever i specialskolan för fysiskt funktionshindrade var förändringen betydande, i det att de kunde arbeta med matematik i mycket högre grad oberoende av särskild hjälp än tidigare.

b. Bland *skillnader i arbetssätt eller i elevsamarbete* mellan klassrumsarbete med bärbara datorer och handenheter märks att de med handenheter tenderade att samarbeta mindre än de med bärbara datorer, att det var svårare att överföra filer med handenheter, och att det var svårare att skriva text i handenheter, vilket medförde att eleverna bara dokumenterade sina arbeten på papper.

3. Effekterna på *klassrumsdiskursen* när man arbetar inom de tre typerna av miljöer var inte lätta att observera inom detta projekts ram. Men både elever och lärare vittnade om att de pratade mer matematik i klassrummet och att detta till viss del orsakades av diskussioner om hur man hanterar teknologin, både vad det gäller vanliga uppgifter och problemlösning.

B. Lärare/utbildare

4. a. Det fanns *hög korrelation mellan de fördelar och speciella värden för de tre typerna av TI-Nspire-miljöer som lärarna och eleverna relaterade*. Detta är viktigt för eventuella beslut om att börja använda denna teknologi inom matematiken på skolor och i klassrum. Elevernas åsikter är av betydelse för att ett sådant genomförande skall lyckas. En viktig skillnad är dock att eleverna generellt nämnde fler fördelar än lärarna, och samma sätt nämnde lärarna fler risker. Bland dessa risker fanns att man förstår mindre med teknologi än man gör när man arbetar med papper och penna, och att mindre duktiga elever lär sig mindre än utan teknologin eftersom de inte kan hantera denna, speciellt när CAS ingår.

b. Fördelar med *handenheter jämfört med bärbara datorer*, som lärare nämnde förutom de som eleverna gav, var t.ex. att det tar längre tid att starta datorer och att det finns fler tekniska problem i samband med dessa. Handenheter är också bättre att använda vid prov jämfört med datorer i det dagliga arbetet. De flesta av lärarna ansåg att användning av en kombination av handenheter och bärbara datorer är den idealiska situationen i det sammantagna klassrumsarbetet.

c. På de *nationella proven* användes bärbara datorer utan några större problem. Den metod som används av de flesta lärarna var att placera sig själva under provet så att det sedan var möjligt för att se samtliga elevs datorskärmar hela tiden. Detta speciella experiment var lyckat, men visade också att mer tekniska lösningar inte väljs i första hand.
5. a. De flesta av *lärarna uppgav att deras sätt att undervisa hade förändrats till viss del*. De allmänna förändringar de nämnde var att de använde dator och projektor mer, att de arbetade mer med problemlösning och att de använde grupparbete mer i sin undervisning. De sätt de avsåg att eleverna skulle arbeta med teknologin, såsom ett hjälpmedel för beräkningar, som en problemlösande verktyg för att upptäcka och förstå matematiska begrepp och metoder etc., varierade i viss utsträckning, men deras uttryckliga mål var att uppfylla samtliga dessa alternativ.

b. Bland vanliga hinder för högkvalitativ undervisning fanns att eleverna kunde ha *svårt att hantera teknologin eller den matematik de möter där*. De flesta av lärarna berättade att de önskade att eleverna skulle hjälpa varandra, eftersom det är bra för dem att tänka och att prova själva innan de får en ibland alltför snabb hjälp, samt att det är viktigt att eleverna prata och diskutera matematik med varandra.
6. Inte så många exempel på hur lärarna hade använt *teknologins möjligheter avsiktligt för att främja elevernas reflektion* över matematiska metoder och begrepp visade sig i projektet. Till exempel konstruerade de flesta av lärarna inte egna tns-filer för ett sådant ändamål. Emellertid förklarade några att samarbetet mellan elever också är av stor betydelse för deras reflektion, och reflektion är viktig för förståelsen av matematik.

C. Kognitiva och affektiva resultat av undervisningen

7. Med problemlösningsexperimentet vid slutet av projektet sattes elevernas allmänna färdigheter i att använda programvaran eller handenheter på prov. Observationen av klasserna visade att de *hanterade TI-Nspire på ett tillfredsställande sätt*. Deras förmåga att lösa problem med TI-Nspire var god, med endast ett fåtal undantag. Många lyckades också ge kvalitativt bra svar på de svårare delarna av problemen. Men eleverna var i allmänhet inte vana vid att skriva text inom systemet, och i synnerhet var detta fallet för dem som använde handenheter.

8. a. Flera elever förklarade i första intervjun hur svårt och komplicerat TI-Nspire verkade första gången de startade det. Men de flesta eleverna svarade också att efter en kort stund, när de hade fått bekanta med programvaran eller handenheter, verkade det inte så komplicerat alls, och detta var också lärarnas observation. *Elevernas mångsidighet i användningen av TI-Nspire framskred väsentligt under projektet*, och i slutet av detta hade många av de svårigheter som de såg i början försvunnit, även om några elever fortfarande hade en del problem med användningen av programvaran eller handenheter.

b. *De sätt på vilka eleverna dokumenterade sitt arbete med uppgifter och problem gjorde tämligen små framsteg* under projektet. De flesta av dem använde papper och penna för att dokumentera, vilket också var vad majoriteten av lärarna ville att de skulle göra. Men två av klasserna, som använde bärbara datorer, var undantag såtillvida att de var vana vid att läraren gav dem uppgifter som tns-filer som de sedan skulle returnera med sina lösningar inskrivna. Ett klart exempel på skillnader mellan miljöerna med och utan handenheter vid dokumentationen är att det är svårare att arbeta med text med hjälp av handenheter. Displayen är ganska liten och det gäller också tangentbordet. Detta gör det svårt att uppnå någon högre hastighet i arbetet med mer komplicerade problem.

9. Samtliga lärare svarade att eleverna lättare använder TI-Nspire för att illustrera matematiska objekt och för att undersöka dessa grundligt. Sex lärare angav att det ger fler möjligheter inom problemlösning och att studenterna klarar svårare uppgifter. *Men bara tre lärare hävdar bestämt att eleverna verkar bygga en djupare förståelse för matematik med TI-Nspire*. En anledning till detta, som lärarna angav, är att djupare förståelse alltid innebär användning av papper och penna. De var övertygade om att man kan göra beräkningar och utforska med teknologin, men att man måste överföra resultaten utanför den för att verkligen förstå.

10. En majoritet av lärarna svarar att *eleverna verkar tycka att matematik är roligare när de kan använda TI-Nspire*. Men en del hävdar också att elevernas åsikter om programvaran varierar mycket från person till person. Emellertid hävdar de flesta av eleverna att det är roligare med matematik med TI-Nspire, eftersom matematik uppträder på ett nytt sätt, det gör dig kraftfullare och det är tilltalande att arbeta med. Detta påverkar deras föreställningar om matematik och matematiska aktiviteter, och de betraktar också TI-Nspire som något som har en positiv effekt på deras matematiska kunskaper och förmåga. Nyttan med teknologin i framtiden kommenterades också av både lärare och elever.

Detta forskningsprojekt, med alla dess olika använda metoder, har skapat en mängd data. Vissa delar av dessa data pekar i skilda riktningar, men detta är vad man kan vänta sig när

man genomför forskning som involverar människor. Människor är individer, med olika uppfattningar, intressen och mål. Dessa kan skapa hinder när ny teknologi införs, särskilt i ett speciellt ämne som matematik, där föreställningarna om vad som räknas som lämpliga aktiviteter och metoder går djupt. Och det gäller både lärare och elever samt föräldrar, rektorer och andra i samhället, vilkas åsikter inte syns i denna studie.

Några intressanta och viktiga slutsatser har varit möjliga att dra, särskilt kring fördelarna och svårigheterna med att använda bärbara datorer, med eller utan handenheter. Dessa slutsatser involverar ibland tämligen ytliga saker som utseende och storlek på skärm eller likheten med datorer, men i klassrumssituationen i det moderna samhället kan även sådana saker vara av avgörande betydelse för elevernas attityd och hur de tillgodogör sig de fördelar teknologin kan erbjuda. Strävan efter att kunna skapa en generell teknisk lösning i klassrummet, inom vilken olika teknologiska applikationer kan utnyttjas, pekar mot att laptopen på sikt införs på ett sådant sätt att varje elev har en egen enhet som hon/han disponerar hela tiden. Frågan som då uppstår är om handenheter alls behövs? Men elever och lärare anförde i studien även för matematikutbildning viktiga saker som betydelsen för problemlösning och utforskande samt utvecklande av djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Här innehar kanske handenheter en viktig plats?

I denna studie har de tre olika tekniska kombinationerna fått vara plattform för användningen av den, som ovan nämnts, mångsidiga TI-Nspire-teknologin. Elever och lärare har under en hel termin använt denna i den ordinarie undervisningen, och har under denna långa tid utnyttjat i stort sett alla de delar av den som Artigue och Bardini (2009) framhållit. Resultaten från studien bekräftar i stort deras iakttagelser om de svårigheter och den stora ansträngning som möter elever och lärare när de börja använda teknologin. De nämner även de väsentliga individuella skillnaderna mellan hur den instrumentella genesen framskrider. Vissa individer drar snabbt nytta av teknologin, andra dröjer väldigt länge. Detta beskrivs även av Weigand och Bichler (2009), och resultaten av den här studien visar god överensstämmelse med deras iakttagelser. De formulerar några viktiga forskningsfrågor (se ovan) som de önskar svar på. Dessvärre har det inte här varit möjligt att besvara dem alla, även om de till viss del har blivit belysta. Exempelvis tyder slutsatserna här på att det finns ett samband mellan osäkerheten i att hantera den tekniska delen av enheten och brist på kunskap om hur den ska användas för det aktuella problemet. Dock verkar det som om sådana brister snabbt kan undanröjas för många elever, om tillfälle ges till samarbete i klassrummet och om läraren uppmuntrar eleverna att stödja varandra kring användningen av teknologin.

Lärarna och eleverna i studien visade på väsentliga framsteg när det gällde den instrumentella genesen och även till viss del den dokumentella. Men här är det en betydligt mer komplicerad process som krävs, och resultaten tyder på att denna kanske tar flera år. Det är svårt att foga in teknologin som en organisk del av resurserna i ett ”dokument” (Guedet & Trouche, 2009) som utgör arbetsgången för hela arbetspass eller lektioner i matematik. Dock sågs även här en viss utveckling, och tecken fanns på att en fortsättning på processen som involverar TI-Nspire kommer att ske för både lärare och elever, nu på en högre nivå.

Vid intervjuerna och vid observationstillfällena var det påtagligt hur stor roll de affektiva faktorerna spelade. En stor majoritet av eleverna vittnade om den positiva inverkan användningen av teknologin hade för deras bild av matematiken och av vad matematiska aktiviteter skulle innehålla. Detta höjde i hög grad deras intresse för ämnet och gav dem ökat självförtroende gentemot matematiken. Men det fanns även en liten minoritet som var negativa från början, och några få vidhöll denna attityd genom hela projektet. Tolkningen av deras skäl för

detta är att de bär med sig en stark föreställning om matematiklärande, som det är svårt att rubba och som lägger en spärr för både deras instrumentella genes och deras vilja att ta till sig teknologin över huvud taget. En av frågorna som Weigand och Bichler (2009) ställde var om det finns sätt att få *alla* elever övertygade om fördelarna med teknologin, och svaret på den frågan är att det nog inte finns det, i alla fall inte på relativt kort sikt. Vissa elever kan man kanske bara förmå att vänja sig vid teknologin, inte att direkt gilla den. Studien bekräftar också lärarnas stora roll i processen. Deras övertygelser och attityder återspeglas i elevernas till stor del, och detta kan både vara en fördel och ett hinder när det gäller elevernas attityder till teknologin (jfr Brown m.fl., 2007; Pierce & Ball, 2009).

De kanske viktigaste resultaten från den här studien är hur TI-Nspire på bärbara datorer, laptops, kunnat användas i reguljär undervisning i gymnasiekurser. De olika hindren och riskerna med denna typ av teknologi har identifierats, och lärarnas sätt att tackla dem har redovisats. Men framför allt har de olika möjligheterna (se Artigue & Bardini, 2009), av teknisk, matematisk och konceptuell natur, fått möjlighet framträda i denna förhållandevis långa studie. Intressant är hur väl elevers och lärares erfarenheter och åsikter stämmer överens härvidlag (se sammanfattning ovan). Det handlar mycket om snabbheten och exaktheten samt om bredden vad gäller representationsformer som teknologin erbjuder. Man är även överens om att CAS både representerar en svårighet, särskilt för lågpresterande elever, och samtidigt har en oerhört kraftfull potential inom matematikundervisningen. Denna potential är det bara vissa elever som förmår att till fullo utnyttja, även om de flesta kan använda CAS på ett i grunden tillfredsställande sätt. Erfarenheten från användning på de nationella proven var också positiv. De hinder som fanns för användning av laptops kunde i praktiken undanröjas, och detta visar att det blir möjligt att utföra ett av delproven på varje nationellt prov med laptop som hjälpmedel.

Speciell uppmärksamhet har ägnats i studien åt om kombinationen av handenhet och dator har något extra att tillföra undervisningen. Av resultaten att döma finns det flera skäl till att överväga denna tekniska lösning. Handenheterna är bättre i vissa situationer, som för snabba beräkningar, vid prov och i andra ämnen. De är också lättare att ta med sig och är inte lika tekniskt sårbara. Datorerna är bättre för arbete med grafer eller för att lösa större problem och att dokumentera dem. På dem kan man också kombinera TI-Nspire med exempelvis ordbehandlingsprogram eller andra applikationer. Det är också totalt sett lättare att ladda upp eller överföra filer när man har tillgång till hela systemet, och man är inte så beroende av ett nätverk som kanske inte fungerar så bra. Dessa egenskaper hos de olika teknologiska miljöerna har, till författarens vetskap, inte undersökts tidigare i en realistisk situation som i den här studien. Över huvud taget finns ganska få resultat redovisade av forskning kring teknologiska plattformar på laptops i matematikundervisning, och denna studie kan lämna ett viktigt bidrag till kunskaperna om villkoren för en sådan.

Lärarna tillfrågades i enkäten slutligen om de ansåg att deltagandet i detta forskningsprojekt hade varit utvecklande för dem i deras undervisning. Fem av dem svarade att det var så till vissa delar, och tre att det var så på flera sätt. Några av deras kommentarer var:

L1: Nya undervisningsvägar har öppnats och jag är intresserad av att fortsätta arbeta med programvaran.

L2: Det har utvecklat mig väldigt mycket inte minst inom statistik.

L3: Har varit kul att se vad som är möjligt att göra med den nya tekniken. När den egna kunskapen och vanan är bättre kommer jag att ha stor nytta av att ha sett möjligheterna.

Efterord

I denna studie det första huvudsakliga syftet har varit att utvärdera och beforska användning av teknologi som har tillverkats av Texas Instruments, och för detta ändamål har det finansierats av detta företag i samarbete med Malmö Högskola. Texas Instruments har, av uppenbara skäl, haft en del önskemål angående forskningsfrågorna. Men rätten att formulera dessa, de metoder som använts i projektet samt genomförandet av dessa har varit forskarens. Det är naturligtvis av grundläggande betydelse för bedömningen av värdet av studien att denna kunnat genomföras med full vetenskaplig frihet, både under forskningsprocessen och senare vid olika former av rapportering utifrån resultaten. I denna studie har Texas Instruments riktlinjer för forskning (Guidelines for research - policies for independence and integrity of research, 2010), baserade på den etiska grunden för American Educational Research Association, observerats i alla avseenden.

Referenser

- Aldon, G. (2011). Calculators as digital resources. *Paper at CERME 7*, 9 -13 februari 2011, Rzeszów, Poland.
- Artigue, M & Bardini, C. (2009). New didactical phenomena prompted by TI.Nspire specificities – The mathematical component of the instrumentation process. I Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S. & Arzarello, F. (red.). *Proceedings of CERME 6*, 28 januari-1 februari 2009, Lyon, Frankrike (ss. 1171-1180)
- Ball, L. (2004). Researchers and teachers working together to deal with the issues, opportunities and challenges of implementing CAS into the senior secondary mathematics classroom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 36(1), 27-31.
- Balling, D. (2003). *Grafregneren i gymnasiets matematikundervisning – Lærernes holdninger og erfaringer*. Doktorsavhandling. Aarhus: Syddansk universitet.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactic situations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, E. T., Karp, K., Petrosko, J., Jones, J., Beswick, G., Howe, C., & Zwagnig, K. (2007). Crutch or catalyst: Teachers' beliefs and practices regarding calculator use in mathematics instruction. *School Science and Mathematics*, Vol.107, No.3, 102-116.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Eds.) (1998). *The emergence of mathematical meaning – Interaction in classroom cultures*, Vol. 2. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- DeBellis, V.A. & Goldin, G.A. (1997). The affective domain in mathematical problem solving. I E. Pehkonen (red.), *Proceedings of the 21st conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Vol. 2 (s. 209-216). Lahti: Helsingfors Universitet.
- Dick, T. & Burrill, G. (2009). *Tough to teach/tough to learn: Research basis, framework, and principles for a practical application if TI-Nspire technology in the Math Nspired series*. Dallas, TX: Texas Instruments Inc.
- Drijvers, P. (2002). Learning mathematics in a computer algebra environment: obstacles are opportunities. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 221-228.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- Drijvers, P. & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: Examples of algebraic schemes. I D. Guin, K. Ruthven & L. Trouche red.). *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (ss.163-196). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Guedet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199-218.
- Guidelines for research – Policies for independence and integrity of research* (2009). Texas Instruments. Hämtad 2 juli 2010 från http://education.ti.com/educationportal/sites/US/nonProductSingle/research_ethics.html
- Guin, D. & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195–227.

- Hannula, M. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 25-46.
- Hegedus, S. & Penuel, W. (2008). Studying new forms of participation and identity in mathematics classrooms with integrated communication and representational infrastructures. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 171–183
- Heid, K. & Blume, G. (2008b). Technology and the teaching and learning of mathematics: Cross-content implications. I K. Heid & G. Blume (red.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 1. Research syntheses* (ss. 419-432). Information Age Publishing.
- Kendal, M. & Stacey, K. (2002). Teachers in transition: Moving towards CAS-supported classrooms. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 196-203.
- Mariotti, M. A. (2002). The influence of technological advances on students mathematics learning. I L. English (red.), *Handbook of international research in mathematics learning* (ss. 695- 723). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Persson, P-E. (2009). Handheld calculators as tools for students' learning of algebra. *NOMAD, Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(2), 101-129.
- Persson, P-E (2010). "Nspirerande matematik" : Ett pilotprojekt med utvärdering och forskning kring undervisning med TI-Nspire-teknologi. Forskningsrapport. Hämtad 12 oktober 2011 från <http://dspace.mah.se/handle/2043/10802>
- Pierce, R. & Ball, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 299-317.
- Ruthven, K. & Hennessey, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 47-88.
- Steinbring, H. (2005). Analyzing mathematical teaching-learning situations – The interplay of communicational and epistemological constraints. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 313-324.
- Texas Instruments (2011). *Nspirerande matematik*. Hämtad 4 juli 2011 från <http://education.ti.com/ebook/Digitalt-Matematik>
- Trouche, G. (2005). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculators environments. I D. Guin, K. Ruthven & L. Trouche (red.). *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (ss.137-162). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Tynan, D. (2003). Student caricatures in a CAS classroom. I B. Barke, A. Bishop, R. Cameron, H. Forgaz, & W. T. Seah (red.), *Making mathematicians. Proceedings of the 40th Annual Conference of the MAV* (ss. 311-319). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Verillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, Vol.10, Nr.1, 77-101.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Weigand, H-G. & Bichler, E. (2009). The long term project “Integration of symbolic calculator in mathematics lessons” – The case of calculus. I Durand-Guerrier, V., Soury-

Lavergne, S. & Arzarello, F. (red.). *Proceedings of CERME 6*, 28 januari-1 februari 2009, Lyon, France (ss. 1191-1200).

Texas Instruments (2011). *Nspirerande matematik*.

Hämtad 4 juli 2011 från <http://education.ti.com/ebook/Digitalt-Matematik>

Appendix A: Lärarintervju 1

Lärare: _____ Datum: _____

Bakgrund

1. Hur länge ha du undervisat i matematik på gymnasiet, och inom vilka program har du huvudsakligen arbetat?
2. Vilka erfarenheter har du av att använda räknare och/eller datorprogramvara i matematikundervisningen? Vilka räknare/vilken programvara har du använt?
3. Vilken utbildning har du fått i att använda räknare och datorer i undervisningen (lärarutbildning och olika typer av fortbildning)?

Uppfattningar

4. Hur ser du generellt på användning av olika former av teknologi i matematikundervisningen? Är det några skillnader på räknare och datorer?
5. Vilka för- och nackdelar kan du se med att fortlöpande använda räknare/datorer jämfört med att huvudsakligen arbeta med papper och penna?
6. Ser du speciellt några risker med att använda teknologiska hjälpmedel, när det gäller elevers förståelse för matematik och för deras räknefärdigheter utan dessa hjälpmedel?

Användning i undervisningen

7. På vilka sätt utnyttjar du själv räknarna/datorerna när du undervisar i matematik? (för demonstration vid genomgång, för allmän diskussion i klassen vid problemlösning, när du hjälper enskilda elever eller grupper, etc.)
8. Hur avser du att eleverna ska använda teknologin i matematikarbetet? (som räknehjälpmedel, som problemlösningsverktyg, för att upptäcka och förstå matematiska begrepp och metoder, etc.)
9. Använder eleverna i allmänhet teknologin på de sätt som du önskar att de ska? Om inte, kan du se några orsaker till detta?
10. Använder du egenkonstruerade uppgifter och problem? Vilka tankar har du i så fall kring räknarnas/datorernas roll vid problemlösandet när du konstruerat dem?

Introduktion och implementering

11. Beskriv hur du gick tillväga när du introducerade räknarna/programvaran för eleverna.

- 12.** Vilka specifika problem stötte du på i samband med introduktionen och implementeringen? Hur löste du i så fall dem?
- 13.** Har du sedan stött på flera problem, och hur har dessa i så fall lösts?
- 14.** Beskriv hur elevernas reaktioner varit vid introduktionen och även senare i undervisningen.
- 15.** Hur får eleverna hjälp när de inte riktigt vet hur de ska hantera räknaren/programmet? (frågar grannen, får din enskilda hjälp, du tar upp problemet med hela klassen, eleven får själv klara ut problemet, etc.)

Appendix B: Elevintervju

Lärare: _____

Datum: _____

Grupp/klass: _____ M/K: _____

Bakgrund och uppfattningar

1. Vad tycker du om matte?
(roligt/tråkigt, svårt/lätt, onödigt/användbart)
2. Hur van är du vid att använda räknare/datorer i matten? Tycker du att det är svårt att hantera dem?
3. Vad är bra och vad är dåligt med att använda räknare/datorer i matematiken? Försök säga något av båda delarna.

Introduktion och implementering

4. Vad tycker du nu om TI-Nspire-räknarna/TI-Nspire-programmet?
(bra/dåligt, svårt/lätt, intressant/ointeressant, användbart/mindre användbart)
5. Var det svårt att börja använda räknaren/programmet? Beskriv någon svårighet du stött på.
6. Hur får du hjälp när du inte riktigt vet hur du ska använda teknologin?
(försöker själv till det går, frågar kompis, frågar läraren, läser i instruktionsbok, etc.)

Användning i undervisningen

7. Hur är det att använda räknaren/programmet i matematiken, jämfört med tidigare? Försök beskriva skillnader så noga du kan.
(Är det roligare, lättare, blir du mer intresserad, klarar du svårare uppgifter?)
8. Finns det speciella skillnader mellan att använda räknare och att använda dator? Beskriv så noga du kan. Är det bra att ha båda tillgängliga, och att välja vilken du vill använda i olika situationer?
9. Blir det några skillnader i hur du samarbetar med kompisar när ni arbetar med matematik? Beskriv hur.

Appendix C: Fokusgrupp

Lärare: _____

Datum: _____

Grupp/klass: _____ Antal M/K: _____

1. Jag vill först fråga er om övningen som jag lät er göra.
 - Var den svår tycker ni? Och var den långt från vad ni är vana vid i matematiken?
 - Nämn något särskilt som ni kanske hängde upp er på.
 - Tyckte ni att ni lärde er något av den? Vad i så fall?
 - Andra kommentarer ni vill göra?

2. Sedan vill jag fråga er om räknarna/datorprogrammet.
 - De ligger ju långt från vad ni kunnat använda i matematiken tidigare. Har det varit svårt att lära sig att använda dem?
 - Nämn några konkreta problem ni haft med dem.
 - Hur har ni kunnat kommunicera mellan er själva och med läraren? Hur överför ni tns-filer? Och brukar ni lämna in lösningar till uppgifter via tns-filer till läraren?
 - Övrigt om räknarna/mjukvaran?

3. Till sist vill jag gärna veta hur ni tycker att användningen av TI-Nspire har påverkat era mattekunskaper och er inställning till matte.
 - Tycker ni matematik som ämne blivit roligare och intressantare när ni kan arbeta med TI-Nspire?
 - Beskriv på vilket sätt det i så fall blivit roligare/intressantare. Berätta gärna om någon händelse ni minns.
 - Har användningen av TI-Nspire hjälpt er att förstå matematik på ett bättre sätt? Hur?
 - Är det någon skillnad när läraren ska gå igenom något nytt? På vad sätt då?
 - Har era mattekunskaper blivit bättre än de skulle varit utan TI-Nspire? Förklara varför/varför inte ni tror så.

4. Nu har ni chansen att lämna ytterligare kommentarer om TI-Nspire och matteundervisningen. Var så goda!

Appendix D: Observation av lektion

Lärare: _____ Datum: _____

Lektionens disposition:

Användningssätt av teknologin:

Kommunikation i klassrummet:

Svårigheter med materialet eller teknologin:

Motivation, intresse etc.

Uppnående av lektionsmålen:

Övrigt:

Appendix E: Observation av experiment

Lärare: _____ Datum: _____

Grupp/klass: _____ Antal elever : _____ Uppgift: _____

Plattform: _____

Igångsättning:

Samarbete:

Ihärdighet:

Lösningar:

Affektion:

Övrigt:

Appendix F: SEMESTERSTUGAN

I denna övning ska du skriva in alla svar på anteckningsidan 1.2.

Du kan använda grafsidan (1.3) för att rita grafer för de olika alternativen, och du kan utnyttja räknarssidan (1.4) för att göra de beräkningar du behöver.

När du är klar med övningen ska du spara den och sedan överföra den till din lärare.

Tre semesteralternativ:

Familjen Sommarhage har tänkt sig att hyra en semesterstuga för några dagar. De har inte riktigt bestämt sig för hur många, utan funderar på olika tidslängder mellan en enda dag och två veckor. För att priset de måste betala ska passa med semesterkassan tar de reda på vilka prissättningar tre stycken stugbyar har.

- ”Stugbyar AB” tar ut en grundavgift på 1250 kr och ytterligare 100 kr per dygn.

- ”Semestersol” tar ingen grundavgift, men har en lite högre dygnskostnad på 250 kr.

- ”Strandängen” tar betalt per hel vecka, oavsett hur många dagar man stannar under veckan.

Priset för första veckan är 1500 kr, men man kan bo kvar ytterligare en hel vecka mot ett tillägg på 950 kr och därefter 950 kr per påbörjad vecka.

1. För att jämföra priset för olika hyrtider, vill familjen beräkna kostnaden för att bo på de olika ställena under tre olika tidslängder:

- en ”långhelg” på 3 dagar

- en hel vecka

- under 10 dagar

Hjälp familjen Sommarhage med att göra dessa beräkningar! Om de vill ha det billigaste alternativet, vilket ska de då välja för var och en av de tre tidslängderna?

SVAR:

2. Ett sätt att beskriva hyreskostnaden för de tre alternativen är att ange en formel för sambandet mellan hyreskostnaden, y kr, och antalet dygn x man hyr stugan.

Ställ upp sådana formler för alternativen ”Stugbyar AB” och ”Semestersol”! Varför är det svårare att hitta ett sådant samband för ”Strandängen”?

SVAR:

3. För att jämföra hyreskostnaden för de olika stugorna kan man rita grafer för de olika alternativen. Gör detta! Eftersom familjen Sommarhage inte vet hur lång semester de tänker ha, ska man kunna avläsa hyreskostnaden för alla tidslängder från 1 dygn upp till 20 dygn i ditt diagram.

Använd diagrammet för att hjälpa familjen Sommarhage att besvara följande frågor:

a. Efter hur många dygn blir det billigare att hyra en stuga hos ”Stugbyar AB” än hos ”Semestersol”?

SVAR:

b. Hur många dygn måste man hyra för att alternativet ”Strandängen” ska vara billigast?

SVAR:

c. När är alternativet ”Semestersol” billigast? Ange antal dygn.

SVAR:

Appendix G: Skärningspunkter

1.1 SKÄRNINGSPUNKTER OCH EKVATIONSSYSTEM

I denna övning ska du lämna alla svar på de två anteckningssidorna 1.2 och 1.4.

Undersökningar av grafer och beräkningar gör du på grafsidan 1.3 och räknarsidan 1.5.

Spara din fil med ditt namn som tillägg och överför den till din lärare när övningen är klar.

1.2 Skärningspunkter mellan grafer.

1. På nästa sida (1.3) visas graferna för de två funktionerna $y=x^2+1$ och $y=2x+4$. De kallas här $f_1(x)$ respektive $f_2(x)$.

Bestäm koordinaterna för alla skärningspunkter mellan de två graferna. Skriv svaret här:

2. Ändra $f_2(x)$ så att den istället visar funktionen $y=2x-1$.

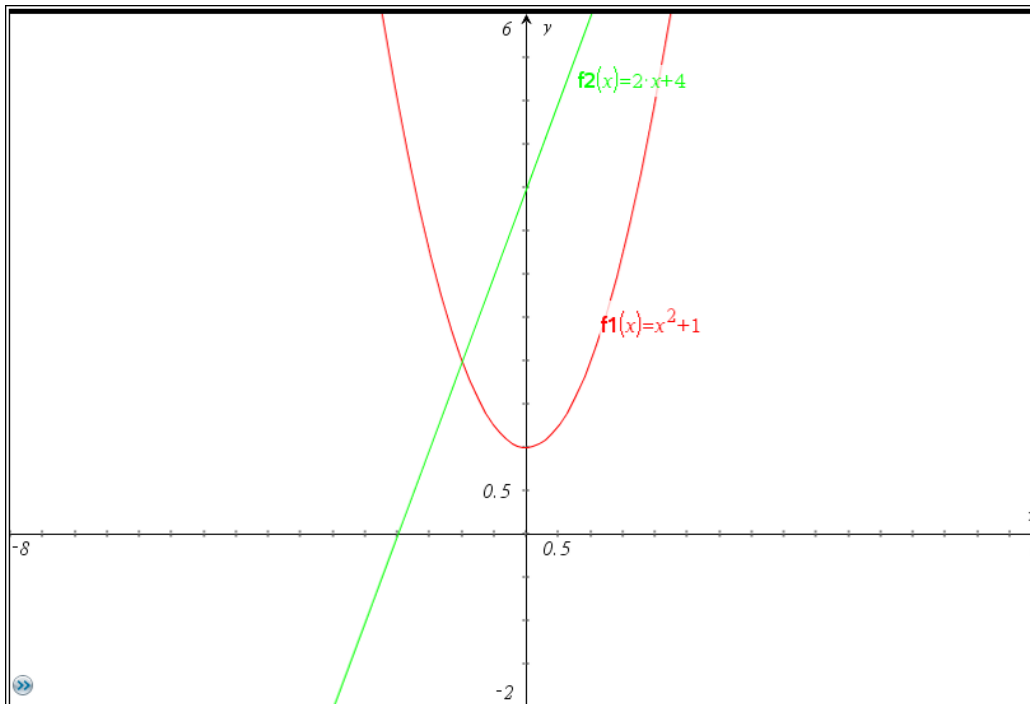
Bestäm igen koordinaterna för alla skärningspunkter:

3. Låt nu $f_2(x)$ stå för funktionerna

$y=2x+m$, där m kan vara vilket tal som helst, positivt, negativt eller noll. För vilka värden på talet m får man två skärningspunkter, ingen skärningspunkt alls, eller exakt en skärningspunkt med grafen till $y=x^2+1$?

Svar:

1.3



1.4 Ekvationssystem

4. Lös på räknarsidan (1.5) ekvationssystemet:

$\text{system}(x^2 - y = -1, 2x - y = -4)$

Jämför med svaret du fick på uppgift 1.

Vad är din slutsats av jämförelsen?

Svar:

5. Lös på samma sätt ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x^2 - y = -1,2x \\ -y = 1 \end{cases}$$

Kommentar till resultatet?

Svar:

6. Lös systemet med ett m som kan vara vilket tal som helst:

$$\begin{cases} x^2 - y = -1,2x \\ -y = -m \end{cases}$$

Vilken allmän lösning har systemet?

Svar:

7. För vilka värden på m har systemet i uppgift 6 två lösningar, ingen lösning alls och precis en lösning? Och vilken blir lösningen när den bara är en enda?

Svar:

Appendix H: TI-Nspireprojektet: Enkät till medverkande lärare, maj 2011

1.

Hur många år har du varit matematiklärare på gymnasienivå?

2.

Hur stor vana anser du dig ha att använda räknare i undervisningen?

Mycket stor

Stor

Ganska stor

Inte så stor

Liten

Ingen alls

3.

Hur stor vana anser du dig ha att använda datorprogram i undervisningen?

Mycket stor

Stor

Ganska stor

Inte så stor

Liten

Ingen alls

4.

Hur stor vana anser du dig ha att använda datoralgebra (CAS)?

Mycket stor

Stor

Ganska stor

Inte så stor

Liten

Ingen alls

5.

Har du ändrat ditt sätt att undervisa och de arbetssätt du använder i klassrummet när du började använda TI-Nspire?

Ja, en hel del

Ja, något

Inte alls

6.

Om du svarade ja på fråga 5, på vilka sätt har din undervisning förändrats? Beskriv så noga du kan.

7.

Är elevernas sätt att arbeta med matematiska uppgifter och problem annorlunda när de använder TI-Nspire?

Ja, väsentligt annorlunda

Ja, till viss del

Inte på något avgörande sätt

8.

Om du svarat ja på fråga 7, beskriv på vilka sätt deras arbetssätt ändrats.

9.

Har du upplevt några svårigheter med användningen av TI-Nspire? Flera alternativ kan markeras.

Ja, tekniska problem, t.ex. med installation eller överföring av filer.

Ja, problem med hur TI-Nspire är uppbyggt, med menyer, olika sidor, verktyg m.m.

Ja, med att eleverna tycker det är svårt att använda i det ”vanliga” skolarbetet.

Ja, övrigt...

Nej, det har inte varit några större problem.

10.

Kommentarer till fråga 9:

11.

Vilka möjligheter och positiva effekter med TI-Nspire har du upplevt i projektet? Flera alternativ kan markeras.

Det är lättare att gå igenom nya matematiska begrepp och demonstrera dem för eleverna.

Eleverna kan lättare åskådliggöra matematiska objekt, t.ex. grafer, och även undersöka dem grundligt.

Det ger fler möjligheter inom problemlösning och eleverna kan klara svårare uppgifter.

Eleverna verkar tycka att det är roligare att arbeta med matematik när man kan använda TI-Nspire.

Eleverna verkar bygga upp en djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder med TI-Nspire.

Det är lättare att kommunicera matematiska uppgifter med eleverna, både när man ska ge dem nya uppgifter och när de ska redovisa lösningarna.

Annat: ...

12.

Kommentar till fråga 11. Beskriv gärna något konkret exempel som du iakttagit under projektet!

13.

Har du upplevt några hinder och negativa effekter med TI-Nspire i projektet? Beskriv dem så utförligt som möjligt.

14.

Vilka iakttagelser har du gjort kring hur eleverna lärt sig använda TI-Nspire? Markera gärna flera alternativ!

De flesta har varit beroende av mina genomgångar av verktyg, menyer m.m.

Eleverna hjälper ofta varandra med hur TI-Nspire fungerar och hur man ska använda det i matematiken.

Några elever har haft svårigheter med att lära sig använda TI-Nspire, och de har fortfarande brister där.

Det har i princip inte varit några svårigheter för dem efter den första introduktionen.

Några elever vill gärna utforska TI-Nspire för att hitta nya, intressanta saker där.

Många elever vill ogärna prova nya saker i TI-Nspire, och håller sig till de metoder du eller boken föreskriver.

De flesta elever har utvecklat sitt sätt att arbeta med TI-Nspire en hel del under terminen. Det finns elever som inte alls vill arbeta med TI-Nspire.

15.

Kommentar till fråga 14:

16.

Under projektet har mina elever använt TI-Nspire på laptop (dator) som handenhhet (räknare) både på laptop eller dator och med handenhhet (räknare).

17.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT LAPTOP: Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning?

Det är tillräckligt att använda laptop. Handenhhet (räknare) är onödig.

Jag skulle även ha velat att eleverna haft en handenhhet (räknare) under matematiklektionerna.

Det gick bra att använda laptop på det nationella provet. Räknare är onödig.

Det var besvärligt att använda laptop på det nationella provet.

Det fungerar bra att samarbeta med andra under matematiklektionerna när eleverna har laptop.

Det är lätt att kommunicera med eleverna via nätet.

Det har varit problem med kommunikationen via nätet.

18.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT LAPTOP: Beskriv så utförligt som möjligt hur du löste problemet med villkoren för att använda laptop vid de nationella proven.

19.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT LAPTOP: Uppstod det några problem med användningen av laptops under de nationella proven? Beskriv dem i så fall så noga som möjligt.

20.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT LAPTOP: Vad är bra och vad är dåligt med att arbeta helt med laptop i matematiken? Och tillför det något extra om eleverna även har en handenhhet?

21.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT HANDENHET: Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning?

Det är tillräckligt att använda handenhhet. Laptop är onödig.

Jag skulle även ha velat att eleverna haft en laptop under matematiklektionerna.

Det gick bra att använda räknaren på det nationella provet. Laptop är onödig där.

Det var besvärligt att använda räknaren på det nationella provet.

Det är lätt att kommunicera med eleverna i matematiken via nätet, fast de har räknare. Vi har använt kablar för att kommunicera och tanka ner filer. Det har gått bra.

22.

BESVARAS OM ELEVERNA BARA ANVÄNT HANDENHET: Vad är bra och vad är dåligt med att arbeta helt med räknare i matematiken? Och tillför det något extra om eleverna även har datorprogrammet?

23.

BESVARAS OM ELEVERNA ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET: Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning?

Det är bra att ha både dator och räknare. Man kan välja det som bäst passar för tillfället.

Det är onödigt att ha båda. Jag vill helst bara ha laptops i undervisningen.

Det är onödigt att ha båda. Det räcker med att bara ha räknare.

Det gick bra att använda räknaren på det nationella provet. Laptop är onödig där.

Det är lätt att kommunicera med läraren och med kamraterna i matematiken via nätet, och sedan överföra till räknaren.

Det har varit problem med kommunikationen via nätet.

24.

BESVARAS OM ELEVERNA ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET: Har dina elever fått använda laptop vid de nationella proven? Beskriv i så fall så utförligt som möjligt hur du löste problemet med villkoren för att använda laptop vid de nationella proven.

25.

BESVARAS OM ELEVERNA ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET: Om du svarat ja på föregående fråga, uppstod det några problem med användningen av laptops under de nationella proven? Beskriv dem i så fall så noga som möjligt.

26.

BESVARAS OM ELEVERNA ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET: Vad är bra och vad är dåligt med att både ha dator och räknare i matematiken? Tillför det något extra utöver att bara ha det ena eller det andra?

27.

TILL ALLA: Tycker du att deltagandet i detta forskningsprojekt varit utvecklande för dig i din undervisning?

Ja, på flera sätt

Ja, till viss del

Inte på något sätt jag själv kan märka

Nej

28.

Kommentar till fråga 27:

29.

Har du några övriga allmänna kommentarer om TI-Nspire och dina erfarenheter av projektet?

30.

Har något varit oklart i denna enkät. Vad i så fall?

TACK FÖR DIN MEDVERKAN!

Appendix I: TI-Nspireprojektet: Elevenkät maj 2011

1.

Vilken skola studerar du vid?

- Angeredsgymnasiet
- Filbornaskolan, Helsingborg
- Nynäshamns gymnasium
- Pauligymnasiet, Malmö
- Polhemsskolan, Lund
- Rudbecksgymnasiet, Tidaholm
- Bruks gymnasiet, Gimo

2.

Jag är

- Kvinnlig elev
- Manlig elev

3.

Vilka av följande påståenden om matematikämnet stämmer med din uppfattning? Markera ett eller flera alternativ.

- Matematik är ett viktigt ämne för kommande jobb.
- Matematik är intressant.
- Matematik är användbart i andra ämnen och i vardagen.
- Matematik är svårt.
- Matematik är tråkigt.
- Inget av ovanstående

4.

Hur har användningen av ett avancerat hjälpmedel som TI-Nspire ändrat din uppfattning om matematik och hur man arbetar med matematiska problem? Markera ett eller flera alternativ.

- Matematik är intressantare med TI.Nspire.
- Man klarar av svårare problem än man skulle ha gjort annars.
- Det är lättare att undersöka t.ex. funktioner och deras grafer med TI-Nspire.
- Man samarbetar mera vid problemlösning.
- Matematik är roligare att arbeta med när man kan lösa svåra algebraiska problem enkelt, t.ex. med Solve-kommandot.
- Användningen av TI-Nspire har inte ändrat min uppfattning om hur man arbetar med matematik.

5.

Vilka av följande svårigheter har du någon gång upplevt med TI-Nspire? Markera ett eller flera alternativ.

- Svårt att förstå hur det fungerar och hur man hittar i menyer.
- Svårt att använda olika verktyg, t.ex. för funktioner och grafer.
- Ibland svårt att veta hur man ska börja när man ska lösa en uppgift.
- Svårt att ladda ner färdiga tns-filer och att spara dem.
- Ibland svårt att tolka svaren i räknar-delen, t.ex. när man använt solve-kommandot.
- Jag har inte upplevt några större svårigheter.

6.

Vad är ditt totala intryck av TI-Nspire när du nu använt det c:a en termin? Markera ett alternativ.

Mycket bra.

Bra.

Ganska bra.

Mindre bra.

Dåligt.

Mycket dåligt.

7.

Har du några kommentarer till fråga 6? Skriv dem här:

8.

Jag har under terminen använt TI-Nspire

på laptop (dator)

som handenhet (räknare) (Hoppa sedan till fråga 11!)

både på laptop eller dator och med handenhet (räknare). (Hoppa sedan till fråga 13!)

9.

FRÅGA FÖR DIG SOM BARA ANVÄNT LAPTOP:

Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning? Markera ett eller flera alternativ.

Det är tillräckligt att använda laptop. Handenhet (räknare) är onödig.

Jag skulle även velat haft en handenhet (räknare) under matematiklektionerna.

Det gick bra att använda laptop på det nationella provet. Räknare är onödig.

Det var besvärligt att använda laptop på det nationella provet.

Det fungerar bra att samarbeta med andra under matematiklektionerna när man har laptop.

Det är lätt att kommunicera med läraren och med kamraterna i matematiken via nätet.

Det har varit problem med kommunikationen via nätet.

10.

FRÅGA FÖR DIG SOM BARA ANVÄNT LAPTOP:

Vad är bra och vad är dåligt med att arbeta helt med laptop i matematiken?

(Hoppa sedan till fråga 15!)

11.

FRÅGA FÖR DIG SOM BARA ANVÄNT HANDENHET (RÄKNARE): Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning? Markera ett eller flera alternativ.

Det är tillräckligt att använda handenhet (räknare). Laptop är onödig.

Jag skulle även ha velat ha haft en laptop under matematiklektionerna.

Det gick bra att använda räknaren på det nationella provet. Laptop är onödig där.

Det var besvärligt att använda räknaren på det nationella provet.

Det fungerar bra att samarbeta med andra under matematiklektionerna när man har räknare.

Det är lätt att kommunicera med läraren och med kamraterna i matematiken via nätet, fast man har räknare.

Vi har använt kablar för att kommunicera med läraren och tanka ner filer. Det har gått bra.

12.

FRÅGA FÖR DIG SOM BARA ANVÄNT HANDENHET (RÄKNARE): Vad är bra och vad är dåligt med att arbeta helt med räknare i matematiken?
(Hoppa sedan till fråga 15!)

13.

FRÅGA FÖR DIG SOM ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET (RÄKNARE): Vilka av följande påståenden stämmer med din uppfattning? Markera ett eller flera alternativ.

Det är bra att ha både dator och räknare. Man kan välja det som bäst passar för tillfället.

Det är onödigt att ha båda. Jag vill helst bara ha laptop.

Det är onödigt att ha båda. Det räcker med att bara ha räknare.

Det gick bra att använda räknaren på det nationella provet. Laptop är onödig där.

Det fungerar bra att samarbeta med andra under matematiklektionerna när man har både dator och räknare. Man kan välja det som bäst passar för tillfället.

Det är lätt att kommunicera med läraren och med kamraterna i matematiken via nätet, och sedan överföra till räknaren.

Det har varit problem med kommunikationen via nätet.

14.

FRÅGA FÖR DIG SOM ANVÄNT BÅDE LAPTOP ELLER DATOR OCH HANDENHET (RÄKNARE): Vad är bra och vad är dåligt med att både ha dator och räknare i matematiken?

15.

Har du några övriga kommentarer om TI-Nspire och dina erfarenheter under terminen?

Appendix J:



Project meeting for *Teaching and learning mathematics at secondary level with TI-Nspire technology.*

Friday, March 11, 2011, 10.30 AM – 4.30 PM

Malmö University, School of teacher education, room F 211 (nr 1 on map of the university)

Program:

10.30 – 11.15	Welcome! Information och questions about the project. Coffee is served during this. (<i>Raffaella, Bengt, Per-Eskil</i>)	(English)
11.15 – 12.00	Experiences and examples I Each teacher/school is given c:a 15 min for discussion of their experiences of the project so far. Especially are good examples of activities that have been used of interest. (<i>Per-Eskil, Bengt</i>)	(English)
12.00 – 13.00	Lunch	
13.00 – 14.00	Experiences and examples II We continue the discussions. (<i>Per-Eskil, Bengt</i>)	(English)
14.00 – 15.15	Activities with TI-Nspire Demonstration of and discussion around different activities that are suitable for mathematics education (<i>Bengt</i>)	(Swedish)
15.15 – 15.30	Coffee break	
15.30 – 16.15	What does research say about technological resources in mathematics education? Recent research is presented and discussed, especially what is known of how TI-Nspire can be used in teaching. (<i>Per-Eskil</i>)	(Swedish)
16.15 – 16.30	Next steps in the project Short information about the questionnaires and of the teaching experiment that is planned for the second visit. (<i>Per-Eskil</i>)	(English)

The meeting day is without costs for all participating teachers. Travels, hotels lunch and coffee are paid for by Texas Instruments.