



MALMÖ HÖGSKOLA
Lärande och samhälle
Natur, miljö, samhälle

Examensarbete

15 högskolepoäng, avancerad nivå

Högpresterande och matematikbegåvade elever

Hur stimuleras de i matematikundervisningen?

High performing and mathematically gifted students

What stimulates them in mathematics education?

Annette Lyckelinge

Lärarexamen 210hp

Matematik och lärande

Datum för inlämning: 2013-10-28

Examinator: Per Hillbur

Handledare: Johan Nelson

Sammanfattning

Denna uppsats har som syfte att skapa förståelse för hur högpresterande och särskilt matematikbegåvade elever blir stimulerade i matematikundervisningen. Genomförandet av undersökningen startade med en kvantitativ enkätstudie med standardiserade påståenden för att finna ett lämpligt urval av elever. Därefter utfördes standardiserade kvalitativa intervjuer med utvalda elever, som ansågs uppfylla de kriterier som beskriver högpresterande och särskilt matematikbegåvade. Analysen av resultatet hade en fenomenologisk ansats och har tolkats utifrån hermeneutiken.

Resultatet visar att eleverna stimuleras av en matematikundervisning som i hög grad innehåller experimenterande och undersökande moment, där de kan få utlopp för sina kreativa matematiska tankar. Då dessa elever identifieras i skolan kan undervisningen anpassas till deras förmågor.

Slutsatsen som dras av resultatet är att undervisningen och matematiklärarens roll är av stor betydelse för att dessa elever ska ha möjligheter att utvecklas utifrån sin potential. Med rätt stimulans kommer dessa elever fortsätta tycka att matematiken i skolan är givande och lärorik.

Nyckelord: Begåvning, högpresterande, intelligens, matematisk förmåga, matematisk begåvning, särbegåvning.

Innehåll

1. Inledning	6
1.1 Bakgrund	6
1.2 Syfte	7
1.3 Frågeställningar.....	7
2. Teoretisk bakgrund	8
2.1 Begåvning	8
2.2 Hög begåvning och särbegåvning	8
2.5 Kreativitet.....	10
2.6 Motivation	10
2.7 Intelligens	10
2.8 Sammanfattning av teoretisk bakgrund.....	11
3. Tidigare forskning	12
3.1 Matematiskt begåvade elever	12
3.2 Högpresterande elever.....	15
3.3 Att möta högpresterande och matematikbegåvade elever i matematikundervisningen	16
3.3.1 Gruppering efter förmåga.....	20
3.3.2 Acceleration och berikning	21
3.4 Individualiserad undervisning	22
3.5 Varför är de högpresterande och särskilt begåvade eleverna viktiga att ta hänsyn till?....	22
3.6 Teoretiskt angreppssätt.....	24
3.7 Sammanfattning av tidigare forskning	24
4. Metod	26
4.1 Val av metod	26
4.2 Urval.....	26
4.3 Databearbetningsmetod	27
4.4. Procedur	28
4.5 Databearbetning, reliabilitet och validitet	29
4.6 Metoddiskussion	30
4.7 Forskningsetiskt resonemang	31
5. Resultat	32
5.1 Inledning till resultatdelen.....	32
5.2 Sammanfattning av respondenternas svar på enkäten	32
5.3 Resultat av elevintervjuer.....	33
5.3.1 Elevernas tankar om matematiken i skolan.....	33
5.3.2 Matematikundervisningen enligt eleverna	34

5.3.3 Grupparbete och problemlösning	35
5.3.4 Lärande och stimulans i matematikundervisningen	35
5.3.5 Att få hjälp och stöd och att hjälpa sina klasskamrater med matematikuppgifter	36
5.3.6 Roligare matematikundervisning enligt eleverna	37
5.3.7 Att sätta upp mål i matematiken	37
6. Diskussion.....	38
6.1 Tillförlitlighet i undersökningen	38
6.2 Intresse för matematik.....	38
6.3 Lärarrollen i matematikundervisningen	39
6.4 Grupparbete och problemlösning	40
6.5 Stimulering av elevernas matematiska förmågor	41
6.6 Vad saknar eleverna i matematikundervisningen?	44
7. Slutsats.....	46
7.1 Avslutande kommentarer och vidare forskning	47
8. Litteraturförteckning	48
Bilagor 1 – 5	

1. Inledning

1.1 Bakgrund

Enligt Skollagen (2010:800) är det alla barn och ungas rätt att få en utbildning som leder dem framåt i sin utveckling. Även i skolans värdegrund (Skolverket 2011) påvisas det att alla elever ska hjälpas fram till att lära, utvecklas och mötas på den nivå där de befinner sig. Det är skolan och undervisningen som bör anpassas så att alla elever kan uppfylla de krav som skolan ställer på dem samt hjälpa eleverna att nå de mål som skolan satt upp (Skolverket 2011). Jag vågar påstå att det är en utmaning för de flesta lärare att kunna uppfylla dessa krav på en undervisning som ska anpassas till alla elever de möter. Är det verkligen möjligt?

Det finns elever som är i behov av särskilt stöd för att de har svårigheter med att tillägna sig den kunskap som erbjuds. Men det finns också de elever, som jag har valt att fokusera på, som blir uttråkade för att de inte får tillräckligt med stimulans. Dessa elever benämns som högpresterande och särskilt begåvade i matematik. De arbetar snabbt framåt, är kreativa och har redan nått de mål i matematik som de egentligen, enligt kursplanen, ska arbeta med hela terminen. Det behöver inte innebära att alla elever som uppfyller dessa kriterier blir uttråkade, men det finns risk för att de tappar sin motivation om de varje matematiklektion bara uppmanas att räkna framåt i läroboken.

Så som Barger (2001) beskriver dem, är detta morgondagens matematiker som vi riskerar att missa för att många av dessa elever är självgående och enkla att ha att göra med i skolan. Precis som de elever som är i behov av särskilt stöd ska få det för att nå målen, så ska de elever som har nått kursplanens mål och kunskapskrav stimuleras för att nå längre i sin utveckling.

”Alla barn och elever ska ges den ledning och stimulans som de behöver i sitt lärande och sin personliga utveckling för att de utifrån sina egna förutsättningar ska kunna utvecklas så långt som möjligt enligt utbildningens mål. Elever som lätt når de kunskapskrav som minst ska uppnås ska ges ledning och stimulans för att kunna nå längre i sin kunskapsutveckling” (Skollagen (2010:800) 3 kap, sid 27).

Denna empiriska studie har sin grund i de reflektioner som jag haft under delar av min utbildningstid, främst ute i verksamheten då jag planerat och mött elever i matematikundervisning. Är det så att alla får chansen att utvecklas med sin fulla potential i matematikundervisningen? Under lärarutbildningen får man med sig en del verktyg som ska hjälpa till att uppfylla de krav som ställs på oss som lärare. Det är långt ifrån en fullkomlig och heltäckande kompetens då jag har en stark tro på att vi alltid har mer att

lära och alltid kan utvecklas. Varje gång vi möter våra elever är det en utmaning i att finna just det som i den stunden gör dem intresserade och stimulerar dem till att utveckla sina matematikkunskaper och sitt matematiska tänkande. I denna undersökning har jag valt att fokusera på de elever som benämns särskilt begåvade och/eller högpresterande i matematik. Dessa elever finns omskrivna i tidigare forskning som en bortglömd grupp av elever och som inte blir utmanade och stimulerade på det sätt som de har potential till (Barger 2001; Pettersson 2008). Engström (2005) samt Wistedt (2005) menar att oavsett om en elev är särskilt begåvad i matematik eller om det är en elev som anses ha svårigheter i matematik är det vår uppgift som lärare att försöka lyfta fram och upptäcka de talanger som eleven har. Det är något som jag gärna vill hålla med om och absolut försöka eftersträva i min kommande matematikundervisning.

1.2 Syfte

Uppsatsens syfte är att få förståelse för hur elever som är högpresterande och begåvade i matematik kan stimuleras i skolans matematikundervisning. Frågan som ställs inför studien är om dessa elever behöver en undervisning som skiljer sig för att utveckla sina kunskaper i matematik. Och i så fall, på vilket sätt bör denna undervisning utformas. Undersökningen utgår från elevernas perspektiv och deras berättelser om hur de stimuleras till att utveckla sina kunskaper i matematik, när de känner glädje, stimulans och spänning i matematiken.

1.3 Frågeställningar

1. Vad upplever högpresterande och särskilt matematikbegåvade elever som stimulerande matematikundervisning?
2. På vilket sätt ska matematikundervisningen utformas för dessa elever?
3. Vilka hinder finns i undervisningen som gör att dessa elever inte utvecklar sina matematikkunskaper optimalt?

2. Teoretisk bakgrund

2.1 Begåvning

Enligt nationalencyklopedin definieras *begåvning* som

”ett begrepp som inom psykologi och pedagogik används för att förklara skillnader i individers förutsättningar för utveckling och utövande av olika färdigheter. Begreppet omfattar som en delaspekt den intellektuella begåvningen men avser också speciella begåvningsinriktningar (t.ex. kreativ, konstnärlig, musikalisk och social begåvning). Samhällets värderingar bestämmer i hög grad vilka prestationer som betraktas som uttryck för begåvning. Såväl arvs- som miljöfaktorer anses betydelsefulla för uppkomsten av begåvningskillnader”

(NE.se 2013).

Wistedt (2005) beskriver svårigheten i att exakt slå fast hur man ska definiera begreppet då hon menar att ”begåvning är ett begrepp som har olika innebörd i olika sociala sammanhang”(Wistedt 2005, sid 54). Vidare menar Wistedt att en individ kan vara begåvad över flera områden och ha en bred begåvning eller vara inriktad på något specifikt och ha fallenhet för ett särskilt område.

2.2 Hög begåvning och särbegåvning

Mönks och Ypenburg (2009) menar att hög begåvning är ett beskrivande begrepp som kan visa sig på olika sätt. Det är när begåvningen visar sig som den kan urskiljas och uttrycket består då i att individen med den höga begåvningen presterar på ett exceptionellt sätt. Det område som individen presterar i kan vara olika, beroende på den särskilda begåvningens art och innefatta en eller flera saker. Vidare menar Mönks och Ypenburg att hög begåvning ofta innefattas av tre personlighetsdrag, vilka är hög intellektuell förmåga, kreativitet och motivation (Mönks och Ypenburg 2009, sid 26). Begåvning är ett begrepp som det gjorts många försök till att definiera. Genom förenklade modeller beskriver Mönks och Ypenburg vilka uppfattningar som forskare haft genom tiderna. Uppfattningarna existerar fortfarande och kan enligt Mönks och Ypenburg också ses som en helhet. Detta beroende av vilket område som man väljer att fokusera på. De fyra modellerna som de beskriver är följande.

Färdighetsmodell: Begåvningen upptäcks ofta i tidig ålder och är stabil från barndom till vuxen ålder. Modellen karakteriseras utifrån intelligenskvot och Marland – definitionen är en definition utvecklad utifrån denna modell. En del kritik har getts åt färdighetsmodellen då en del forskare anser det felaktigt att det inte finns tydliga kopplingar till den sociala omgivningen. Marland – definitionen är utformad av regeringen i USA och

innebär att individer som passar in under denna definition behöver särskilt stöd och differentierad undervisning för att nå de prestationer de är kapabla till.

Kognitiva komponent – modell: Hur individer kan ta in och bearbeta information ses som en central förmåga och något som värderas högt. Vägen till en prestation ses mer intressant än hur själva resultatet blir. Utifrån denna modell visar Mönks och Ypenburg ett exempel på en individ som vid en mycket tidig ålder har tankar om sig själv i en specifik situation. Det är en typ av metakognition och den ses här som ett tecken på hög begåvning.

Prestationsorienterad modell: Begåvningen anses vara nära kopplad till våra anlag. En individs anlag är en förutsättning men innebär inte att begåvningen kommer av sig själv. För att anlagen ska komma till uttryck krävs det en miljö som främjar begåvningen eller förmågorna. Denna modell är till skillnad från färdighetsmodellen nära kopplad till miljön. Mönks och Ypenburg beskriver att anlagen för hög begåvning utvecklas i omgivningen. På detta sätt menar Mönks och Ypenburg att individer med hög begåvning kan vara osynliga i familjen, men kan framträda i skolan om det där finns t.ex. lärare som kan upptäcka dem.

Sociokulturellt orienterade modeller: De individuella förmågorna samspelar med sociala faktorer men utan stöd från omgivningen kommer inte begåvningen till uttryck. För eleverna inte det stöd av omgivningen som de behöver för att utveckla sin begåvning, kan det innebära att de inte utvecklas på det sätt som de har potential för (Mönks och Ypenburg 2009).

Ziegler (2010) menar att hög begåvning har samma innebörd som att vara särbegåvad och att översättningen *hög begåvning* kommer från tidiga 1960-talets forskare. En av dessa forskare är Mönks som 1963 införde det tyska ordet *hochbegabung*. I Sverige översattes begreppet senare till *särbegåvning*. Ziegler definierar särbegåvning dels utifrån ett vetenskapligt perspektiv men också utifrån en modell som uppkallats utifrån det historiska oraklet i Delfi, delfimetoden. Här beskrivs endast det vetenskapliga perspektivet. Det vetenskapliga perspektivets definition består av fyra delar. Den första definitionen, psykometrisk definition, innebär att individen som benämns som särbegåvad har genomgått ett intelligenstest eller ett kreativitetstest. Resultatet som erhållits bedöms vara något utöver det vanliga. Den andra definitionen beskriver Ziegler något som är ”baserad på utförda uppgifter (performans)” (Ziegler 2010, sid 18). I skolsammanhang skulle detta kunna vara en elev som presterar bäst i klassen. De två sista är etiketteringsdefinitionen och specifik talangdefinition. Etiketteringsdefinitionen innebär att någon i omgivning utnämner en individ till att vara särbegåvad. Den specifika talangdefinitionen anger att ”en

specifik kapacitet räcker för att någon ska vara särbegåvad. Området kan vara musik, matematik eller sport” (Ziegler 2010, sid 18).

Winner (1999) beskriver att barn med särbegåvning innehar en exceptionell akademisk förmåga ofta inom språk som visar sig både muntligt och skriftligt, samt i matematik. Syftet till att definiera och lyfta särbegåvning här, trots att det är ett begrepp som inte vidare ska utredas i detta arbete är för att det lätt förväxlas med övriga begrepp kring begåvning.

2.5 Kreativitet

Definitionen av att vara kreativ menar Mönks och Ypenburg (2009) är förmåga att skapa och tänka på ett sätt som ingen gjort förut och att en individ på ett finurligt och nyskapande sätt kan lösa problem. Kreativitet innebär inte bara att hitta idérika sätt att lösa problem utan också att finna problem att arbeta med. Kreativa personer har ofta ett självständigt tänkande (Mönks och Ypenburg 2009).

2.6 Motivation

Motivation är en:

”psykologisk term för de faktorer hos individen som väcker, formar och riktar beteendet mot olika mål. Teorier om motivation förklarar varför vi över huvud taget handlar och varför vi gör vissa saker snarare än andra. De behövs för att vi ska förstå det faktum att organismer konsekvent strävar mot bestämda mål med hjälp av flexibla beteenden. Motivationskällan kan antingen förläggas inom personen eller organismen, som i instinkts- eller drivkraftsteorier, eller i yttervärlden” (NE.se 2013).

En motiverad person enligt Mönks och Ypenburg (2009) är en person som utför uppgifter och arbetar med en vilja och kraft som gör att personen gärna vill slutföra de uppgifter som hon eller han tagit sig för. Då en person känner motivation är det ofta kopplat till känslor av glädje och en lockelse för att göra vissa saker. Det som också beskriver motivation är att det ofta finns uppsatta mål för det som man känner motivation inför och personen har förmåga att planera, se framåt och ta ställning till vad han eller hon behöver göra för att lyckas.

2.7 Intelligens

Intelligens kan mätas då en individ utför ett intelligens eller kreativitetstest. Ett intelligens test kan visa hur en elev kan tillägna sig skolans ämnen, men inte hur denna kommer klara sig vidare i livet. Risken med att få en siffra på hur intelligent en individ är kan leda till en bedömning av individen (Gardner 1994). ”Sanningen är att det inte finns någon övergripande syn på intelligens som innefattar hela vidden av mänsklig förmåga” (Gardner 1994, sid 5).

Gardner menar att det finns flera förmågor som vi människor, på olika sätt, kan tillägna oss, men som vi inte har någon möjlighet att mäta. Det Gardner ifrågasätter är om vi verkligen kan, genom en siffra på ett test, avgöra om en person är intelligent, begåvad eller inte. Gardner menar att intelligenstester inte visar hur en människa inhämtar kunskap eller hur den tänker då den ska lösa problem. Vidare menar Gardner att vi slarvigt uttrycker oss med ordet *begåvning* som att det är ett och samma begrepp för förmågor, talanger, förnuft eller intelligens. Historiskt sätt finns det enligt Gardner två uppfattningar kring intelligens. Den ena sidan består av forskare som tror att vår intelligens är medfödd och statisk och utifrån det kategoriseras människor utefter hur *begåvade* de är. Intelligensen ses här som utsträckt över flera områden. Gardners idé om att det finns flera intelligenser bygger mer på den andra teorin om att intelligensen är uppdelad och består av flera olika typer av intelligenser, som delvis kan vara medfödd men som tillsammans med miljö och utbildning kan förändras, multipla intelligenser. Den typen är mer målinriktad och specifik. Genom att känna till olika intelligenser och elevers nivå av begåvning kan utbildning och pedagogik utvecklas så att den bättre anpassas till olika individer. Alla individer får större möjlighet till att utveckla sina förmågor om det finns kunskaper om när i livet vi är som mest påverkbara (Gardner 1994).

2.8 Sammanfattning av teoretisk bakgrund

Ovanstående begreppsdefinitioner grundar för mitt vidare arbete för att finna svar på de frågeställningar jag ställt. I kommande tolkningar och resonemang av tidigare forskning kommer jag utgå från definitionen av begåvning enligt nationalencyklopedin (NE 2013) att *begåvning* förklarar skillnader av individers förutsättningar att utöva och utveckla förmågor. Jag tar även Wistedts (2005) beskrivning i beaktan då begåvning kan visa sig på olika sätt i olika sammanhang. Gällande *hög begåvning* lutar jag mina vidare resonemang på Mönks och Ypenburgs definition som innefattar *kreativitet*, intelligens och *motivation*. Gardner (1994) beskriver *intelligens* som jag väljer att hänvisa till då jag anser den lämplig utifrån mitt examensarbets elevnära perspektiv. Jag anser det lämpligt i utformandet av denna uppsats att utifrån Mönks och Ypenburgs förklaringsmodell av *hög begåvning* se de fyra delarna som en helhet.

3. Tidigare forskning

3.1 Matematiskt begåvade elever

Matematikbegåvade elever enligt Heid (1983) är elever som utmärker sig med en hög verbal förmåga, välutvecklad läsförmåga, kreativ skrivförmåga samt en utvecklad kognitiv förmåga. Den kognitiva förmågan består i att begåvade elever kan både fokusera på att finna en bra lösning på ett problem och på att finna flera lösningar på ett problem. Det senare innehåller också lösningsstrategier som är mer av det kreativa och fantasifulla slaget, det vill säga, divergent och konvergent tänkande (NE 2013).

Sollervall och Wistedt (2004) menar att försök att definiera en speciell grupp av elever som särskilt matematikbegåvade kan innebära att vår uppfattning om dessa elever blir alltför statisk och missvisande. Innebörden av att vara särskilt begåvad i matematik kan uttryckas på olika sett, från individ till individ. Sollervall och Wistedt väljer att hålla med den ryske forskaren Vadim Andreyevich Krutetskii (1976) som menar att vi istället ska se till vilka förmågor som eleverna har och benämna deras fallenheter och talanger som just förmågor. Genom att se till elevers förmågor menar Sollervall och Wistedt att det finns något att arbeta med i skolan som kan utvecklas, då ”förmågor är utvecklingsbara” (Sollervall & Wistedt 2004, sid 128). Utveckling av matematisk förmåga menar Sollervall och Wistedt utvecklas då elever ägnar sig åt matematisk aktivitet. De flesta som är involverade i skolans värld vet att alla - elever, lärare och övrig personal - kommer dit med olika förutsättningar och syn på vad man väljer att benämna som en förmåga eller begåvning. Utifrån elevernas perspektiv kan det vara av stor betydelse vilka förmågor som premieras i hemmiljön, vilka som det ges möjlighet att utveckla, få utlopp för och vad som anses viktigt att satsa på. Detta är också en parameter som är avgörande för hur eleverna får möjligheter till att utveckla sina förmågor (Sollervall och Wistedt 2004). Sollervall och Wistedt menar att skolan borde satsa på det som de kallar *begåvad undervisning*. Denna undervisning skulle ge eleverna möjligheter att utveckla sina förmågor. Skolan skulle med hjälp av undervisningen, leta efter och finna talanger hos eleverna. Med en pedagogik som är utvecklad utifrån elevernas lust och intresse tror Sollervall och Wistedt detta skulle främjas.

Det finns både likheter och skillnader i Sollervall och Wistedts resonemang i jämförelse till Greenes (1981). De båda forskarna talar om att undervisningen på olika sett är av betydelse för dessa elever. Greenes resonerar kring och beskriver ett antal kriterier för

hur begåvade elever kan identifieras i undervisningssammanhang i deras arbete med matematik. Sollervall och Wistedt menar att det kan finnas risker med att definiera grupper av elever och anser att undervisningen istället ska främja för alla elevers möjligheter att utveckla sina matematiska förmågor.

Greenes menar i likhet med Sollervall och Wistedt att det kan finnas en svårighet i att utskilja dessa elever, dels då de kan uppvisa sin begåvning på olika sett, dels att just dessa individer kan ha liknande drag med de elever som ”bara” anses flitiga.

De faktorer som Greenes menar urskiljer de matematikbegåvade eleverna kan upptäckas då eleverna t.ex. arbetar med problemlösningssuppgifter. Dessa elever nöjer sig inte med att lösa uppgiften, utan vill ofta också gärna utveckla den och skapa egna, nya problem. Detta kallar Greenes för *spontan formulering av problem*. De matematiskt begåvade eleverna har ofta flera sett att lösa uppgifter på och använder tillvägagångssätt som läraren till att börja med kanske inte hade tänkt. Ofta händer det också att eleverna organiserar och strukturerar uppgifter, t.ex. i tabeller för att utnyttja sina kunskaper i att se samband och koppla till tidigare kunskaper som de har. De kan *flexibelt och organisatoriskt* hantera information och hitta samband. Greenes beskriver också att dessa elever ofta har annorlunda idéer och kan fundera ut olika Lösningstrategier. Om en elev dröjer med sitt svar, menar Greenes att detta kan vara en anledning till det, att eleven ser flera korrekta svar på en fråga. De kan också ofta se matematiken från olika perspektiv och har förmåga att kunna generalisera. Då en matematikbegåvad elev ska lösa en uppgift kan de ofta se förhållande mellan talen. De går igenom uppgifter grundligt och undersöker vad uppgiften består av. Greenes menar också att dessa elever ofta lär sig snabbt, har ett mycket bra minne, exceptionell verbal förmåga, kommer med nya idéer och har en hög grad av nyfikenhet för matematik.

Pettersson och Wistedt (2013) diskuterar också kring barns matematiska förmåga. De är också eniga med den ryska forskaren Krutetskii som under tio års tid studerade barn då de ägnade sig åt matematisk aktivitet. För att få klarhet i vad Krutetskii menade med förmågor i matematik redogör Pettersson och Wistedt för de åtta förmågor som Krutetskii anser utvecklas vid matematiska aktiviteter. Sju av dessa förmågor har alla människor mer eller mindre av, menar Pettersson och Wistedt (2013).

- ”Förmåga att *formalisera matematiska material*, d.v.s. förmåga att skilja form från innehåll och att arbeta med formella strukturer av relationer och samband”.
- ”Förmåga att *generalisera matematiska material*, att upptäcka vad som är viktigt, att välja bort det som är irrelevant och se vad som är gemensamt i det som ytligt sett kan te sig olika”.

- ”Förmåga att *operera med siffror* och andra symboler”.
- ”Förmåga till *sekventiellt, logiskt resonerande* är förmågan att kunna skilja på förutsättningar för och slutsatser av ett resonemang och förmågan att dra logiska slutsatser från de givna premisserna”.
- ”Förmågan att *förkorta resonemang* till förmån för klarhet och enkelhet i lösningsprocessen”.
- ”*Flexibilitet och reversibilitet* i tänkandet, d.v.s. rörlighet i tänkandet och förmåga att vända tankegång eller skifta tankemodell”.
- ”Förmåga att *minnas matematisk information*, som gör det möjligt för individen att använda den gjorda erfarenheten i nya problemlösningssituationer, d.v.s. minne för relationer mellan storheter, typiska drag i resonemang, argumentationsscheman, bevis, m.m., och slutligen en mer generell förmåga”
- ”*Fallenhet och intresse* för matematik, en förmåga som ofta tar sig i uttryck i en lust att söka matematiska aspekter av omvärlden”. (Krutetskii (1976) i Pettersson & Wistedt (2013), sid 11)

Heid (1983) hänvisar i likhet med Pettersson och Wistedt (2013) också till Krutetskii (1976) gällande matematisk begåvning. Elever med matematisk begåvning har, som ovan nämnts, ofta ett logiskt tänkande. Det som Heid beskriver är att dessa elever hellre arbetar på en abstrakt än en konkret nivå i matematiken. Detta menar Heid är ett resultat av att de ofta göra snabba generaliseringar och beräkningar. Vid problemlösning utnyttjar de sitt anpassningsbara och flexibla matematiska tänkande vilket leder till detta engagemang (Heid 1983). Pettersson och Wistedt (2013) utgår till skillnad från Heid från just problemlösning. De menar att de matematiska förmågorna kommer till uttryck då de matematikbegåvade eleverna får ägna sig åt matematiska problem. Pettersson och Wistedt menar att förmågorna bör lockas fram i undervisningen, för att inte riskera att de döljs bakom en fasad. Det förekommer att elever inte vill visa sina förmågor på grund av att det finns attityder till matematik i skolan som inte främjar de som har fallenhet för matematik (Pettersson och Wistedt 2013). Med avseende på detta menar även Barger (2009) att det är viktigt att de särskilt matematikbegåvade eleverna får känna sig som en i mängden och inte varje gång som eleven räcker upp handen för att de vet svaret, bli utpekad som att vara den enstaka som kan svaret på lärarens frågor. Barger ger också exempel på elever som upplevt utanförskap för att deras lärare har synliggjort deras höga prestationer.

Pettersson (2008) beskriver det dilemma som finns kring begreppet matematisk begåvning. Det har sin grund i tidigare forskning som visar på två motsatta teorier kring begreppet begåvning. Pettersson beskriver att det finns de som tror att den särskilda begåvningen är medfödd och att stora begåvningar, som till exempel, Einstein och Newton föddes till att vara genier. Den andra teorin innebär att alla individer föds med

samma utvecklingspotential, men de individer som har en särskild begåvning skiljer sig på det sätt att de fått de rätta möjligheterna att tidigt och intensivt utöva sina förmågor.

Pettersson (2008) citerar Krutetskii (1976) med ”Vad som ärvt är snarare en benägenhet att utveckla förmågor av visst slag” (Pettersson 2008, sid 21). Vidare påpekar Pettersson att trots att det finns likheter mellan de barn som är särskilt begåvande i matematik är det viktigt att ta hänsyn till att det kan finnas variationer av personlighet och egenskaper som inte är lika. Krutetskii (1976) forskningsstudie visar att eleverna som han valt ut som de särskilt begåvande i matematik uppvisade stora variationer i personlighetsdrag, där det fanns en elev som utåt sett uppfattades som långsam och sen i sin utveckling, medan en annan var mycket framåt, social, utåtriktad och alert (Krutetskii 1976 i Pettersson 2008). Pettersson diskuterar också elevernas särskilda förmågor med koppling till deras uppväxtmiljö och sociala situation. Utifrån Bloom (1986) beskriver Pettersson att barn med särskilda förmågor genomgående var mycket nyfikna. Men Pettersson påpekar att de flesta barn är nyfikna och har ofta mycket frågor. Skillnaden var att de barn som utvecklat sin begåvning hade ofta eller alltid fått seriösa och engagerande svar från sina föräldrar. Sollervall och Wistedt (2004) resonerar också kring barns uppväxtförhållande med avseende på vilka förmågor som får större utrymme hos en individ.

Sammanfattningsvis visar ovanstående forskare att matematikbegåvning handlar om vilken potential eleverna har för att utveckla de matematiska förmågorna. De är delvis överens i dessa resonemang, men det skiljer sig i om man ärver sina förmågor eller om det handlar om en kombination av arv och potential att utveckla dem i en för den matematiska begåvningen lämplig social miljö. Matematikundervisningen beskrivs som en central del för utvecklandet av förmågorna av Krutetskii (1976); Greenes (1981) samt Sollervall och Wistedt (2004).

3.2 Högpresterande elever

Ett sätt att ta reda på elevers prestationer i matematik är genom nationella och internationella prov. Skolverket har utifrån elevers resultat i TIMSS och PISA sammanställt en rapport och tagit fram de elever som är högpresterande i matematik, för att ha som underlag till en undersökning om vilken uppfattning dessa högpresterare har av matematikämnet, deras familjeförhållande och hur deras uppväxtmiljö ser ut. Skolverket (2012) redogör och jämför provresultat från 1995-2009. Skolverket framhåller i rapporten att elevernas uppfattningar inte är någon vetenskaplig beskrivning av hur man karakteriserar

en högpresterande elev, men resultatet visar samband mellan de högpresterande elevernas tankar och den vetenskapliga forskning som utförts i ämnet, som kan ge information om denna kategori av elever. Skolverket påpekar också att det för eleverna inte alltid överensstämmer med hur de presterar med vilken begåvning de tycks ha. Det skulle kunna innebära att t.ex. undervisning kan påverka elevernas prestationer på olika sätt (Skolverket 2012).

”De kännetecken som identifieras avser att ge ledtrådar till områden som är viktiga för goda prestationer. Det förtjänar dock att än en gång påpekas att begreppen ”kännetecken” och ”utmärkande drag” som används i detta avsnitt inte syftar på individernas karakteristika, såsom egenskaper, utan avser hur eleverna *upplever* vissa faktorer” (Skolverket 2012, sid 27).

Jämförelsen mellan de högpresterande eleverna och de medelpresterande eleverna visar att det är skillnad i hur de upplever skolan och matematikämnet. Skolverket menar att högpresterande elever är mer motiverade till att lära och de har en positiv bild av ämnet med avseende på både nyttan med ämnet och elevernas intresse för ämnet. De matematiskt högpresterande eleverna visar också större självförtroende, uthållighet och större ansträngning i matematikämnet, vilket innebär att de ser sig själv ha större möjlighet att klara uppgifter i matematik samt att lära sig matematik. De anstränger sig ofta mer för att prestera bättre och försöker ofta i högre grad än medelpresterare att tillägna sig kunskaper i matematik. Deras positiva syn på ämnet smittar också av sig på attityden till själva skolan, vilken de ofta också har en positiv bild av. Genom att ställa detta resonemang i relation till Krutetskii (1976) finns det likheter. Krutetskii beskriver att de högpresterande eleverna har en attityd till ämnet som är positiv. Krutetskii menar i likhet med Skolverkets resultat att eleverna har en strävan att studera matematik, det finns ett djupgående intresse och en entusiasm att utveckla sina kunskaper.

3.3 Att möta högpresterande och matematikbegåvade elever i matematikundervisningen

”Working with the giftedness in young people should not be about the busy teacher finding them endless successions of new mind games to entertain the fast-finishers. It should be about giving young people the support they need to take challenges that interest them, and to build their own learning powers in the process” (Claxton och Meadows 2009, sid 8).

Uppfattningen av att vara högpresterande i matematikämnet i skolan eller matematiskt begåvad, genom att snabbt räkna framåt i matematikboken och få bra provresultat delas av många men Sollervall och Wistedt (2004) menar att denna bild är helt skild från hur

riktiga matematiker uppfattar ämnet. Sollervall och Wistedt kallar det för en prestationsbaserad bild och menar att matematik för matematiker och kanske även för barn i de första och tidiga åren i grundskolan handlar om att utforska saker och en stark lust att förstå matematiken och matematiska fenomen och begrepp. De påpekar att det är skillnad mellan skolmatematik och matematik som vetenskap, men att skillnaden inte borde vara så stor som den är. Sollervall och Wistedt beskriver ett projekt som de utarbetat för att utbilda lärare till att kunna möta och stödja högpresterande och särskilt matematikbegåvade elever i undervisningen. En aspekt av det är att förtydliga vad matematik är. Jag kommer inte diskutera det här mer än att nämna att lärarens attityd till matematik och vad matematikämnet innebär är av betydelse för hur undervisningen upplevs av eleverna. Elevernas uppfattning om ämnet är viktig med tanke på hur meningsfullt de tycker det är att lära sig (Sollervall och Wistedt 2004). Sollervall och Wistedt menar också att det är betydelsefullt att i skolmatematiken försöka leta efter elevers förmågor i matematik och försöka lyfta dessa, istället för att fokusera på att matematik är ett svårt ämne.

Sollervall och Wistedt diskuterar kring matematikämnet som en vetenskap. Som tidigare nämnt finns det skillnader mellan skolmatematiken och hur en matematiker arbetar, men likheten ligger i då eleverna får arbeta med problemlösning i skolan. När det gäller problemlösning är det för en matematiker inte bara problemets resultat som är det viktiga. Det som till stor del driver problemlösandet framåt är hur de kommer fram till sitt resultat, vilken kunskap och vilket lärande de utvecklar under vägen. Det skapar tillfredställelse för en matematiker och det är också något som kan stimulera eleverna med stort intresse för matematik (Sollervall och Wistedt 2004). Genom att ta nytta av de kunskaper som finns om matematikens historia och om de personer som utvecklat den menar Sollervall och Wistedt att skolmatematiken kan utvecklas och anpassas till högpresterande och särskilt matematikbegåvade elever. Det måste finnas lärare med djupa matematiska kunskaper och kunskaper om hur man konstruerar uppgifter för att stimulera olika förmågor i matematiken för att kunna utmana dessa elever (Sollervall och Wistedt 2004).

Pettersson (2008) menar i likhet med Sollervall och Wistedt att läraren har en betydande roll för elevernas prestationer. Gustavsson och Myrberg (2002) redogör, utifrån hur läraren har agerat i klassrummet, för vad som visat sig vara positivt för elevers prestationer och resultat. Det visar sig att en lärares entusiasm samt hur läraren presenterar information har betydelse för hur eleverna presterar. Då läraren visar entusiasm och är

tydlig i sina förklaringar leder det till bättre prestationer för eleverna.

”Ett huvudresultat i forskningen är att effektiva lärare anpassar sin undervisning så att den passar olika elevers behov. En bred repertoar av undervisningsmetoder är det mest framträdande draget hos en skicklig lärare, liksom att läraren har ett vitt spektrum av interaktionsstilar och strategier som han eller hon kan tillämpa med hänsyn till olika elevgrupper och individer”(Gustavsson och Myrberg 2002 sid 134 refererat ur Doyle, 1985).

Elevernas motivation är också en betydande faktor för vilka studieresultat de får. En högre motivation hos eleverna leder till bättre studieresultat (Good och Brophy 1990 i Gustavsson och Myrberg 2002). Gustavsson och Myrberg (2002) refererar till Darling-Hammond (1999) som menar att lärarens förmåga att motivera eleverna samt trigga elevernas nyfikenhet i undervisningen visar på samband med goda studieresultat. Undervisning där elevernas idéer ligger till grund för lärarens fördjupade följdfrågor i undervisningsstoffet kan också leda till att elevernas resultat förbättras (Darling-Hammond 1999 i Gustavsson och Myrberg 2002). En matematiklärarens ämneskunskaper, samt lärarens inställning till vad matematik är och varför eleverna ska lära sig matematik menar Pettersson (2008) också är viktiga aspekter att ta hänsyn till då läraren planerar sin matematikundervisning. På flera sett visar dessa forskare att läraren har en betydande och viktig roll. Motivationen är ofta hög hos de matematikbegåvade och högpresterande eleverna (Ypenburg och Mönks 2009). Detta kan jämföras med Good och Brophy's resonemang. De eleverna som inte har en hög motivation, kan komma att prestera bättre om motivationen skulle stimuleras.

Holden (2001) beskriver en matematiklärare i en amerikansk klass, årskurs sex, som med stort engagemang motiverar sina elever i matematikundervisningen. Trots att eleverna i den beskrivna klassen har en varierad kunskapsnivå och social bakgrund har majoriteten av dem en positiv bild av matematiken och anser att det är ett ämne som de senare i livet kan ha stor nytta av. Holden beskriver lärarens arbete med att hela tiden försöka få eleverna att uppleva matematiken som rolig och utforskande. De arbetar inte i någon lärobok utan får uppgifter som de får arbeta med både på lektionen och hemma. Denna matematiklärare strävar också efter en klassrumsmiljö som ska vara trygg och tillåtande och det ska finnas en ömsesidig respekt mellan läraren och eleverna men också mellan eleverna. Eleverna får arbeta mycket med experimenterande matematik, de får matematiska utmaningar som de arbetar med gruppvis och därefter diskuterar och reflekterar över. Holden beskriver en matematiklärare som lyckas att skapa en matematikundervisning som eleverna upplever som väldigt positiv och stimulerande.

För att högpresterande och matematikbegåvade elever ska kunna utvecklas utifrån sin fulla potential och utmanas i matematikundervisningen krävs det enligt Greenes (1981) att de får uppgifter mer anpassade för deras förmåga. Uppgifterna kan vara av typen där de behöver tänka till och inte bara genom rutin lösa uppgiften. Det får gärna innebära att uppgiften kan lösas med flera olika lösningsstrategier, som helst inte ska vara uppenbara för eleven (Greenes 1981).

Barger (2009) talar utifrån sin tjugoåriga erfarenhet som matematiklärare, hennes arbete med begåvade elever och med att utbilda lärare på lärarutbildning. Hon diskuterar tre elevkategorier, begåvad (gifted), talangfull (talented) och högpresterande (high achieving). Barger menar att de elever som är matematiskt begåvade och högpresterande till att börja med, i nya undervisningssituationer i matematik, då t.ex. nya begrepp eller moment presenteras är precis som alla andra elever. De måste också få förklaringar för hur de ska gå till väga. Om de högpresterande eleverna hela tiden får nya uppgifter att arbeta med, för att de löser uppgifter som de får väldigt snabbt, kan det finnas en risk att dessa elever tröttnar på skolarbetet. Den högpresterande eleven blir oengagerad och ineffektiv, istället för att göra sitt bästa. För att undvika detta menar Barger att den högpresterande eleven ska få visa att den har förstått vad den gjort och utefter det kan läraren låta eleven göra roliga uppdrag som har med de nya kunskaperna att göra. Begåvade elever ser ofta kopplingar till andra saker än just det som matematiklektionen handlar om för tillfället. Därför kan det dyka upp frågor, vilka enligt Barger inte ska ignoreras eller avfärdas. Det kan vara av stort värde, både för eleven och för läraren att få diskutera de frågor som kommer upp (Barger 2009).

”När det gäller lärande i matematik handlar det om att utveckla förmågorna som är specifika för en matematisk verksamhet” (Pettersson och Wistedt 2013, sid 8). För att matematiken ska vara utvecklande och stimulera förmågorna bör uppgifterna innehålla en stor mängd matematiskt material. Grunden för dessa uppgifter är att de är av typen problemlösningssuppgift. Svårigheten kan variera och uppgifterna kan kräva kreativa handlingar. Genom denna typ av uppgifter ska eleverna få möjlighet att använda sitt logiska resonemang. Uppgifterna ska också innehålla överraskningar som dyker upp som utmaningar och ge eleverna möjligheter att se eller hitta matematiska samband (Pettersson och Wistedt 2013). Att arbeta med denna typ av problemlösningssuppgifter kan utföras enskilt eller i grupp och de kan resultera i flera, mer eller mindre effektiva lösningar. Matematikundervisningen bör innehålla en variation av uppgifter, metoder och material att arbeta med. Variationen bör bestå av matematiska aktiviteter som ibland är

undersökande, ibland laborativa. Eleverna ska få möjligheter att diskutera och uppmuntras till detta då de löser matematiska problem. Diskussioner ska inte bara vara mellan eleverna, utan ska också förekomma mellan lärare och elev, där eleverna kan utmanas och våga utveckla sina matematiska resonemang. I denna variation, ingår också att arbeta i läromedel som en del av matematikundervisningen, där eleverna får arbeta enskilt i sina böcker (Pettersson och Wistedt 2013).

Utöver ovanstående exempel på hur undervisningen kan anpassas till eleverna diskuterar Winner (1999) olika modeller som förekommer i skolan. Winner beskriver vilka argument det finns för och emot de olika alternativa lösningarna för de matematiskt begåvade och högpresterande eleverna i skolan. Winner menar också att det skett en förändring av hur skolan och samhället ser på de särskilt begåvade, högpresterande eleverna. Hur dessa elever klassificeras har förändrats med tiden, från att enbart bestämmas med intelligenstest till att även kunna klassificeras utefter förmågor. Winner menar att resultatet av detta är att de program som tidigare varit utformade för särbegåvade elever försvinner allt mer då samhället i stort har en negativ syn på att framhäva de som anses akademiskt intelligenta. Då detta indirekt skulle kunna betyda att det finns barn som inte är lika begåvade. Det är speciellt laddat med särbegåvning inom akademiska områden. Winner beskriver att det inte är samma syn på de som har en särskild begåvning inom områden som konst, musik eller idrott. Avsaknaden av dessa förmågor, anses inte i vårt samhälle ha lika stor betydelse som att vara akademiskt mindre begåvad (Winner 1999).

I skolan förekommer det att de högpresterande, särskilt begåvade eleverna delas in på olika sätt. Det kan vara gruppering efter förmåga eller accelererad undervisning (Winner 1999) eller berikning, som bland annat Ziegler (2010) beskriver.

3.3.1 Gruppering efter förmåga

Att gruppera eleverna efter förmåga innebär att man grupperar de elever som är särskilt begåvade eller högpresterande. Ziegler (2010) definierar dessa prestationsgrupperingar som ”homogena skolklasser eller inlärningsgrupper som har bildats av didaktiska skäl” (Ziegler 2010, sid 94). Dessa grupper kan vara tillfälliga eller mer permanenta och vara antingen ämnesspecifika eller innefatta flera skolämne (Ziegler 2010). De personer som talar mot att gruppera efter förmåga menar att särskilt begåvade elever klarar att utmana sig själva i den vanliga undervisningen och styr sitt eget lärande. Vilket Barger (2009) inte håller med om, utan menar att dessa elever behöver grunden av ny kunskap som alla

elever får samt bli sedda och känna sig delaktiga. Winner argumenterar också själv mot gruppering på detta sett och menar att om dessa elever tas ut ur klassrummet kan effekten bli att de normalbegåvade eleverna känner sig sämre, obegåvade och att de får lägre förväntningar på sig för att utveckla sina förmågor. Resultaten för elevernas prestationer blir då försämrade (Winner 1999). Lärare till särbegåvade elever och särbegåvade barns föräldrar är ofta de som talar för att gruppera efter förmåga. Winner beskriver att deras argument för gruppering är att de anser att skolan inte kan möta barnens behov, då skolans standardnivå innefattar de lägsta målen och kraven som eleverna ska uppnå (Winner 1999). Pettersson och Wistedts (2013) beskrivning om hur matematikundervisningen bör utformas för högpresterande och matematikbegåvade elever, vilar på en vetenskaplig grund med en nära koppling till skolan. Winners resonemang har en annan vinkling och beskriver inte lika mycket anpassning till den varians av elever som lärare kan möta i skolan. Winner är mer inriktad mot de särbegåvade eleverna medan Pettersson och Wistedt bemöter problematiken på ett mer öppet sett, där alla elever skulle kunna inkluderas för att utveckla sina förmågor i matematik.

3.3.2 Acceleration och berikning

Acceleration, definieras som ”ett påskyndande av studiegången” (Ziegler 2010, sid 92). Accelerationen kan ske på några olika sätt och det har genom vetenskapliga studier visat sig vara effektivt för högt begåvade elever. Accelerationen kan bestå av att elevens inskolning tidigareläggs, att de hoppar över en årskurs eller eleven blir erbjuden att delta i högre årskursers ämnesundervisning. Acceleration kan också innebära att de delar av läroplan och kursplan som eleven redan behärskar, tas bort, för att förhindra att eleven ska uppleva skolan som tråkig (Ziegler 2010).

En berikad undervisning anses utifrån empiriska studier inte vara lika effektiv och stödjande som acceleration för särskilt begåvade elever (Ziegler 2010). Ziegler beskriver inte hur denna berikning inverkar på högpresterande elever. Definitionen av berikning, eller enrichment - åtgärder som Ziegler också benämner den som är ”berikande åtgärder inom den reguljära studieplanen genom tilläggsarrangemang. Dessa tjänar både till att bredda kursutbudet, om tillkommande tema behandlas, och till att fördjupa det” (Ziegler 2010, sid 93). Berikningen kan bestå av att eleven får gå extra kurser, utföra mer experiment, vara i arbetsgrupper med speciella tema eller få privatundervisning utanför skoltid (Ziegler 2010). Utöver dessa modeller kan elever också ges möjlighet till att arbeta utefter principen, hastighetsindividualisering (Pettersson 2008). Det beskrivs närmare

under nästkommande rubrik, individualiserad undervisning.

3.4 Individualiserad undervisning

Anledningen till att ta upp individualiserad undervisning här är på grund av det som Vinterek (2006) talar om, elevers olika behov i skolan. Vinterek menar att behoven avgörs och varierar beroende av vilken syn en individ har på skolan, men menar också att det grundläggande syftet är att skolan ska verka för att eleverna tillägnar sig kunskaper och utvecklar dessa. Individualiseringen innebär inte att eleverna ska arbeta individuellt, utan det innebär anpassningar som är mer lämpade för att det ska ske kunskapsutveckling hos eleverna. I denna anpassning kan det även ingå par eller grupparbete (Vinterek 2006). Anpassningen kan bestå av att olika delar individualiseras. Det kan vara innehållet och utformningen av undervisningen, eller omfattningen av ett specifikt område. Det kan också vara svårighetsgraden eller intresse, läromedel, miljö/plats och arbetssätt. Det kan också vara flera saker av de olika aspekterna (Vinterek 2006).

Pettersson (2008) anger att hastighetsindividualisering som vanligt förekommande i matematikundervisningen för de högpresterande och matematikbegåvade eleverna. Detta definierar Vinterek som ”När eleverna går fram i kursen i egen takt” (Vinterek 2006, sid 44), vilket utifrån Pettersson innebär räkning i en lärobok. Vintereks resonemang om anpassning av undervisningen vilar på skolans värdegrund vilken beskriver att ”Hänsyn skall tas till elevers olika förutsättningar och behov” (Skolverket 2011, sid 8).

3.5 Varför är de högpresterande och särskilt begåvade eleverna viktiga att ta hänsyn till?

Engström (2005), Pettersson (2008) samt Wistedt (2005) tar på olika sätt upp och argumenterar för vikten av att skolan och lärarna bör identifiera och ge rätt stöd och utbildning till de elever som anses vara högpresterande och särskilt begåvade i matematik. Grunden till detta som alla de tre nämner, är att högpresterande och särskilt begåvade individer har rätt att utvecklas i skolan, precis som alla andra individer. Men som Wistedt (2005) påpekar har individerna inte skyldighet till detta. Från Europarådet kom en rekommendation 1994 om att alla elever har rätt till lämplig undervisning där de får utlopp för alla sina förmågor och stöd om de har särskilda behov. I rekommendationen står det uttryckligen

att detta gäller även högt begåvade elever med särskilda förmågor. Denna rekommendation kom 1994 men togs inte upp, enligt Wistedt (2005), förrän 2002-2003 i den politiska budgetpropositionen i Sverige.

Engström (2005) menar att det för många andra europeiska länder inte är okänt att högpresterande elever, eller elever med särskild begåvning kan vara i behov av andra utmaningar än normalpresterande elever i skolan. Dessa elever menar Engström (2005) har varit en helt naturlig del av utbudet i skolan, under en längre tid, då flera europeiska länder har kommit betydligt längre i sin forskning på området än vad Sverige har gjort. För dessa länder bidrog rekommendationen 1994 endast till en påminnelse (Pettersson 2008).

För att sammanfatta europarådets rekommendation 1248, innebär den att varje individ har rätt till lämplig undervisning. Detta gäller alla som är i behov av särskilda åtgärder, det vill säga även de högpresterande särskilt begåvade individerna. Genom att ge rätt stöd till de högpresterande, särskilt begåvade menar Europarådet att det kommer vara gynnsamt både på individnivå, och i förlängningen på samhällsnivå. Rekommendationen innebär också att forskningen i ämnet ska utvecklas och att bättre metoder ska tas fram för att elever med särskild begåvning lättare ska kunna identifieras. Målet är att även den svenska skolan ska kunna ta fram berikande material som komplement till matematikundervisningen där det behövs. Även läroplan och kursplaner borde utformas på ett mer flexibelt sätt för att kunna tillgodose de skillnader i skolarbetet som det innebär för de högpresterande eleverna i skolan, jämfört med medelpresterarna. Rekommendationen innebär också att målet är att detta ska skötas så diskret som möjligt för att inte bidra till oönskade effekter. De oönskade effekterna kan vara av det slag som Barger (2009) resonerar kring att en del elever inte vill framstå som högre begåvade och vara annorlunda. Det kan skapas en känsla av utanförskap om en elev får uppmärksamhet på detta sätt (Barger 2009). Men det är inte bara av samhällsnyttiga skäl som dessa elever bör lyftas fram och tillgodoses.

Persson (2010a) anger som ovanstående att det finns sparsamt med svensk forskning inom detta område, om vad de särskilt matematikbegåvade eleverna egentligen behöver. Vidare menar Persson att "gifted children do not fare well in regular schools if they are unrecognized, ignored, and/or if teachers are unprepared for them" (Persson 2010a, sid 537). Om lärare inte är medvetna om dessa elever, samt ger dem en utmanande och stimulerande undervisning som är anpassad efter deras förmågor, kommer deras förmåga att försämrans (Persson 2010a).

3.6 Teoretiskt angreppssätt

Då min studie utgår från elevers individuella prestationer och uppfattningar kan det vara lämpligt att ha ett konstruktivistiskt angreppssätt. Engström (1998) beskriver den konstruktivistiska teorin som den mest framträdande kunskapsteorin, internationellt sett, inom matematiken. Men den har också på olika sett fått fäste i den svenska skolan och matematikundervisningen. Genom att använda sig av detta perspektiv utgår matematikundervisningens upplägg från att eleven har ett visst mått av kunskap som kan utvecklas samt att arbetsätten i skolan ska fokusera på individen och dennes lärande (Ernest 1998). Grundsynen på hur lärande uppkommer och på vilka sett kunskaper kan förmedlas för att en individ ska kunna utvecklas och känna lust för lärandet, vilar på den socialkonstruktivistiska teorin, som är en utveckling av konstruktivismen.

Socialkonstruktivismen kan beskrivas som delaktighet, engagemang och en inställning att ”var och en betraktas som sin egen resurs i lärandet” (Skolverket 2003, s 9).

Skolverket (2011) strävar efter en demokratisk skola vilket bör genomsyra både organisation och verksamhet. De menar att utveckling ska ske i möten med andra genom samtal och relationer. Detta stämmer överens med ett sociokulturellt synsätt vilket består av tillgångar som Säljö (2000) väljer att kalla redskap. Dessa består av språkliga, intellektuella redskap, fysiska redskap och en kommunikation och samverkan med andra. Med hänsyn till dessa resonemang kommer jag i min studie att utgå dels från det konstruktivistiska och dels det sociokulturella perspektivet.

3.7 Sammanfattning av tidigare forskning

Flera forskare är överens om att matematisk begåvning kan bestå av matematiska förmågor som innebär ett antal personlighetsdrag eller egenskaper (Krutetskii 1976; Sollervall och Wistedt 2004; Pettersson och Wistedt 2013). Dessa förmågor kan komma till uttryck på olika sett och variera från individ till individ. Eleverna som är kreativa, kan se samband och formalisera, har god organisatorisk förmåga. De som har lätt för att lära och stort engagemang och intresse för matematik, faller under kategorin för högpresterande matematikbegåvningar. Deras prestationer och utveckling av kunskap förbättras av deras motivation och positiva attityd till matematik. Tidigare forskning visar på samband mellan elevers resultat och lärarens insatser samt undervisningens utformning (Gustavsson och Myrberg 2002). Då förmågorna beskrivs som utvecklingsbara skulle det kunna innebära att undervisning kan främja och utveckla dem

(Pettersson och Wistedt 2013). Utifrån den forskning som gjorts vill jag själv utifrån ett elevperspektiv försöka få förståelse för hur högpresterande och matematikbegåvade elever stimuleras i undervisningen. Till att börja med måste jag finna dessa elever för att sedan få dem att dela med sig av sina upplevelser av matematiken i skolan. Skulle eleverna jag träffar beskriva sin matematikundervisning i överensstämmande med tidigare forskning, skulle det innebära att elevernas matematiklärare och skolan har goda insikter i hur man bemöter denna typ av elever. Men det skulle också kunna innebära att dessa elever inte har något särskilt behov av anpassad undervisning, utan den undervisning som bedrivs i skolan är lämplig även för dessa elever. Genom att försöka ta reda på om dessa elever behöver en undervisning som skiljer sig från mängden, vilket på olika sätt visar sig i tidigare forskning kan jag i min kommande profession argumentera för hur lärare i matematikundervisningen kan lyfta fram elevers matematiska förmågor. Genom att arbeta för att skapa en matematikundervisning som Sollervall och Wistedt (2004) beskriver där ämnets syfte är tydligt, där matematiska förmågor stimuleras och attityden till ämnet stärks, kanske matematik skulle utvecklas till ett ämne som kan stimulera och vara lustfylld för alla elever.

4. Metod

4.1 Val av metod

Val av forskningsmetod och metodteori i undersökningen bestämdes utifrån frågeställningarna som handlade om elevernas upplevelser av matematikundervisningen. Enligt Larsen (2009) bör valet vara en kvalitativ metod då det handlar om människors upplevelser eller attityder. Den kvalitativa metoden är också lämplig då man utgår från en frågeställning, där man vill nå en djupare och större förståelse för ett område (Larsen 2009). Den kvalitativa metoden kan med fördel ha ett induktivt angreppssätt som utifrån en empiri leder till ett resultat som visar mer generella samband (Jakobsson 2011). Studien är genomförd tillsammans med elever på tre grundskolor i södra Sverige. Skolorna är slumpvis utvalda i två kommuner med liknande sociala förhållanden. Jag hade tidigare i andra sammanhang varit i kontakt med dessa skolor på olika sätt och kände till skolornas matematiklärare. Detta ansågs av mig passande då det skulle underlätta för mig, tidsmässigt, att finna ett lämpligt urval. Undersökningen hade till största del en fenomenologisk ansats med försök till att tolka och förstå elevernas upplevelser av matematikundervisningen med hermeneutiken. Enligt Jakobsson (2011) innebär den fenomenologiska ansatsen att man i tolkningen strävar efter till största del att inte påverka resultatet eller tolka utifrån tidigare erfarenheter. Med en fenomenologisk ansats ligger inte fokus i undersökningens på tolkningen av resultatet utan hur informanterna beskriver sina upplevelser. Detta är anledningen till att jag valde att försöka arbeta utifrån den, då jag hade intresse av elevernas berättelser om deras upplevelser av matematik. Studien utgörs också av en enkätundersökning vilken kan beskrivas som kvantitativ. Enkäten syftade till att finna ett mindre urval av elever till den kvalitativa intervjudelen. Personers åsikter frambringas på ett bra sätt genom en kvantitativ metod som t.ex. enkäter (Larsen 2009). Jag ville finna de elever med positiva åsikter om matematik och matematikundervisningen samt de som ansåg sig själva vara framstående i matematik.

4.2 Urval

Efter första kontakten med skolledare och matematiklärare för de aktuella årskurser jag ville undersöka och jag fått positivt svar att genomföra undersökningen tillsammans med dem, åkte jag ut till skolorna. När jag kom till skolorna delade jag ut ett brev, med hjälp av de lärare jag hade kontakt med, till alla elever i årskurs 3 – 6 respektive årskurs 3 – 4 på en av skolorna. Brevet bestod av en presentation av mig, en beskrivning av min

undersökning, dess syfte och en svarstalong där eleverna tillsammans med sina föräldrar skulle lämna sitt godkännande om deltagande i undersökningen. Detta resulterade i ett första urval av 169 elever på de tre grundskolor som skulle genomföra enkäten.

Efter att enkäten var genomförd och granskad utifrån de kriterier som jag letade efter valdes totalt 11 elever på två av skolorna ut för att delta i intervjudelen av undersökningen. Av dessa 11 elever var det sju pojkar och fyra flickor. Av de utvalda eleverna gick fyra pojkar och en flicka i årskurs 3, två flickor och en pojke i årskurs 4, och två pojkar och en flicka i årskurs 5. I undersökningen har totalt fem matematiklärare varit involverade på olika sätt. Tre av dem har varit mer delaktiga och bistått med hjälp, respons och svar på eventuella frågor som uppkommit i processen. I bilaga 1 – 3 finns brev, enkätundersökning och intervjufrågor i ograverad form.

4.3 Datainsamlingsmetod

Frågorna på enkäten ska som Larsen (2009) menar vara av sådan karaktär så att de kan utgöra ett underlag till att svara på frågeställningen. Enkäternas utförande bestod av frågor som skulle hjälpa till att finna de elever som var högpresterande och som hade särskild begåvning för matematik, (se bilaga 2, fråga 3, 4, 9, 10, 12). Det fanns också frågor som syftade till att visa om eleverna, till största del var nöjda med sin matematikundervisning (se bilaga 2, fråga 1 och 2). Enkäten innehöll också frågor som skulle lyfta fram de elever som hade lätt för att lära sig matematik, de som tyckte matematik var mycket roligt, spännande och de elever som tyckte att det var givande att arbeta med kluriga problem i matematik (se bilaga 2, fråga 11, 12 och 14). Då enkäten sammanställdes funderade jag noga över frågornas relevans. Frågorna formulerades också så enkelt och precist som möjligt för att undvika missförstånd hos informanterna (Larsen 2009). Enkäten var uppbyggd av standardiserade påståenden och så som Ejvegård (2003) rekommenderar fanns två rader under varje påstående samt några rader i slutet av enkäten där det fanns möjlighet för respondenterna att lägga till en egen kommentar. Om respondenterna får möjlighet att lägga till en egen kommentar menar Larsen (2009) att de standardiserade svarsalternativen kan förtydligas och missförstånd kan synliggöras.

Intervjun var till för att insamla kvalitativ data och bidra till en ökad förståelse för vad som dessa elever upplevde som stimulerande och givande i deras matematikundervisning. Den var standardiserad i sitt utförande, utan fasta svarsalternativ, vilket det också kan vara i standardiserade intervjuer (Larsen 2009). Trost (2007) diskuterar kring standardisering i hög och låg grad, där en låg grad av standardisering innebär att varje intervju inte utförs

på exakt samma sätt, vilket var fallet i min undersökning. Intervjufrågorna var standardiserade på så sett att de var i förväg formulerade och det eftersträvades att frågorna skulle ställas i samma ordning till alla informanter. I vissa fall erhöles svaret på frågan innan frågan hann ställas, vilket ibland kan förekomma enligt Ejvegård (2003). För att få informanterna att känna sig trygga vid intervjun förklarade jag att deras identitet inte kommer kunna anknytas till deras svar på frågorna (Ejvegård 2003). Intervjun dokumenterades med ljudupptagare. Alla informanter fick vid intervjuns start frågan om de godkände att jag spelade in intervjun, med avsikt för att kunna bearbeta det material jag erhöill. Frågorna som ställdes vid intervjun skulle ge mig en djupare inblick i elevernas matematikundervisning. De skulle också ge förståelse för vad i undervisningen som enligt eleverna var särskilt givande och utmanande för dem. Innan de egentliga enkäterna och intervjuerna utfördes genomfördes pilotstudier. För enkäten valdes åtta elever slumpvis ut på en av skolorna. Inför den egentliga intervjun genomfördes två pilotintervjuer. Detta gjordes för att testa frågorna, både med avseende på relevans och formulering (Larsen 2009).

4.4. Procedur

Inför undersökningen bokade jag tid med lärarna då det var lämpligt för mig att komma och låta eleverna genomföra enkätundersökningen. När enkäten var sammanställd rådgjorde jag med min handledare och gjorde några omformuleringar och förtydliganden. Enkäten bestod av 11 påståenden där eleverna kunde välja att hålla med om påståendet eller inte hålla med. Om de höll med eller inte fylldes i under påståendet där det fanns en skala med siffror, 1 – 6. Om det höll med om påståendet uppmanades de i inledningstexten att sätta en hög siffra, höll de inte med skulle de sätta en låg siffra. Anledningen till jag valt att gradera en skala med sex alternativ var medvetet för att få deltagarna att ta ställning till påståendet (Trost 2007). Efter pilotstudien togs två frågor bort som ansågs sakna relevans för undersökningen. För att tidseffektivisera fick jag hjälp av de undervisande matematiklärarna på en av skolorna som hjälpte mig att administrera ut enkäten till eleverna. Jag åkte till denna skola, lämnade alla enkäter, för att återvända en vecka senare och hämta de ifyllda enkäterna. Eleverna gjorde enkäten på skoltid, under matematikundervisningen. Vid enkätundersökningen på de två andra skolorna var jag på plats i klassrummen under tiden som eleverna fyllde i enkäterna. Trost (2007) menar för att uppnå hög grad av standardisering ska förutsättningarna vid genomförandet vara så exakta som möjligt. Detta har inte kunnat uppnås mer än på det sett att alla elever har

genomfört enkäten i skolan, under deras matematiklektioner. Enkäterna granskades här efter och de elever som höll med om påståenden, (se bilaga 2, fråga 3, 4, 9, 10 och 12) som intresse för matematik, förståelse för matematiken i skolan, lätt för att lära sig matematik, vilja att bli bra på matematik, intresse och engagemang vid kluriga problemlösningsuppgifter samt roligt med matematik valdes ut i ett första urval. Detta urval bestod av ungefär tio elever i varje årskurs. Efter att jag tagit ställning till detta urval, rådfrågade jag elevernas matematiklärare om vilka av dessa jag valt ut som de ansåg mest lämpliga. De elever som lärarna höll med mig om skulle passa utifrån kriterierna, samt visat goda prestationer i matematikundervisningen tillfrågades igen och lärarna meddelade också deras föräldrar att de var utvalda för intervju. Eleverna som valdes ut gick på två av de tre deltagande skolorna. Fem av eleverna gick på den skola som jag i mitt resultat benämner skola A och resterande sex elever gick på skola B. Jag utförde totalt elva intervjuer på två dagar. Två av dessa intervjuer genomfördes som pilotstudie för att, så som med enkäten, testa frågorna innan de huvudsakliga intervjuerna genomfördes. Varje intervju tog ungefär 20 minuter. Intervjuerna utfördes i avskilda rum på de båda skolorna där endast jag och eleven befann oss vid intervjutillfället.

4.5 Databearbetning, reliabilitet och validitet

För att få validitet i enkäten menar Ejvegård (2003) att man kan jämföra svaren på enkäten med någon annan mätmetod. Jag själv tolkade elevernas svar och gjorde ett första urval av elever som jag ansåg passade. För att öka validiteten i min undersökning valde jag att ta hjälp av elevernas matematiklärare för att på något sätt bekräfta elevernas åsikter och prestationer. I enkäten ställdes också frågor som syftade på samma sak på olika sätt för att öka reliabiliteten i elevernas svar (Ejvegård 2003), (se bilaga 2, exempelvis fråga 4 och fråga 8 i enkäten). Målet med intervjun var att alla eleverna skulle få samma frågor och få besvara dem i samma ordningsföljd s.k. standardiserad intervju (Larsen 2009). Intervjun var ostrukturerad i det avseendet att det inte fanns några fasta svarsalternativ på frågorna som jag ställde. Men det fanns också viss struktur då alla elever fick frågor som endast behandlade en och samma sak, nämligen deras upplevelser av matematikundervisningen (Trost 2007). För att sammanställa resultatet avlyssnades inspelningen, elevernas svar antecknades samt citat som ansågs värdefulla för att besvara frågeställningen. Inför analysen av resultatet gjordes en innehållsanalys av all insamlad data (Larsen 2009). För att tolka resultatet kategoriserades informationen som erhållits i intervjuerna och dessa

kategorier granskades sedan för att försöka hitta samband som kunde jämföras med tidigare forskning i ämnet (Larsen 2009). Svaren som erhöles vid intervjuerna är elevernas uppfattningar av undervisningen. Detta kan innebära att deras uppfattningar kan skilja sig från hur verkligheten framstår för andra individer och deras uppfattningar kan också bero på flera saker som inte utretts eller analyserats här. Jag kan i min undersökning endast utgå från de svar som mitt urval av elever gett mig vid intervjuerna. Utifrån min tolkning, med medhåll av elevernas matematiklärare har urvalet i min undersökning visat att de har särskilda förmågor i matematik samt att de är högpresterande. Men det finns inga bevis i min studie för att dessa elever verkligen faller inom ramen för det här på ett vetenskapligt plan. Syftet med studien har inte varit att bedöma några elevers grad av begåvning, vilket jag inte anser mig ha rätta verktygen till, samt att det i min nuvarande roll inte anses intressant. Tillförlitligheten ligger i att dessa elever visar ett stort intresse för matematik och beskriver med gott självförtroende att de har goda kunskaper, ett kreativt tankesätt kring matematik och en stor motivation till att arbeta med matematik i skolan.

4.6 Metoddiskussion

För att kunna genomföra denna studie hade ytterligare alternativa metoder kunnat användas. Studien hade kunnat kompletteras med observationer av eleverna då de arbetade med matematik. Detta hade möjligen ytterligare ökat det kvalitativa djupet av undersökningen. Krutetskii (1976) samt Pettersson (2008) beskriver sina studier som bygger på övningar som eleverna fått genomföra under observationer och intervjuer. Detta är något som också varit lämpligt i min studie. Då hade jag fått en djupare inblick i elevernas tankar under tiden som de arbetade med matematik. Resultatet hade då eventuellt gett en tydligare bild av elevernas engagemang och förmågor i matematik. Då mitt urval valdes med en enkät var syftet att utgå från elevernas perspektiv, deras tankar om sig själva och om matematikundervisningen. Hade endast frågan om lämpligt urval av elever ställts till matematiklärarna ansåg jag att det fanns en risk att jag fått elever som inte själv ansåg sig ha fallenhet och vara högpresterande. Så som Skolverket (2013) beskriver stämmer inte alltid elevernas prestationer med deras egentliga begåvning. Att utgå från elevernas uppfattningar var också en parameter som togs hänsyn till med tanke på den fenomenologiska ansatsen som studien grundar sig på.

4.7 Forskningsetiskt resonemang

Inför undersökningen har jag tagit del av Vetenskapsrådets forskningsetiska principer (Vetenskapsrådet 2013). I enlighet med *informationskravet* och *samtyckeskravet* har deltagarna fått ta ställning till sitt deltagande i undersökningen. De fick också inför undersökningen reda på syftet med studien. Eleverna fick då de genomförde enkätundersökningen själva ta ställning till om de ville skriva sitt namn på enkäten, så att de kunde identifieras till intervjudelen av undersökningen. Den största delen av eleverna gjorde detta, men full respekt ges till de som valde att vara anonyma. Enkätsvaren samt intervjufrågornas svar har inte tilldelats någon person som inte ingår i skolans avtal om sekretess. Utifrån *konfidentialitetskravet* är de deltagande eleverna presenterade under annat personnamn för att inte kunna identifieras. Den färdiga uppsatsen kommer också enligt överenskommelse tillhandahållas till de skolledare och lärare som varit delaktiga i processen. Insamlade data är endast framställt för att användas som forskningsändamål (*nyttjandekravet*). Utifrån forskningsetiskt övervägande redovisas resultatet av enkätundersökningen (bilaga 5). Detta då det anses som mycket värdefullt för mig att alla deltagande elever ställt upp och genomfört enkäten.

5. Resultat

5.1 Inledning till resultatdelen

Resultatet har tolkats utifrån intervjuer med nio elever. Totalt är 11 elever intervjuade i undersökningen, men då två av dessa intervjuer utgjorde pilotstudie redovisas de inte i resultatet. Eleverna fick vid starten av intervjun veta vad som gjort att jag valt ut dem till intervjudelen av min undersökning, att grunden till det var deras stora intresse för matematik som de visat genom sina svar på enkäten. Alla utvalda elever bekräftade att jag hade uppfattat deras svar på enkäten på rätt sätt. De nio eleverna bestod av fyra pojkar som gick i årskurs tre, två flickor och en pojke i årskurs fyra och en pojke och en flicka som gick i årskurs fem. Eleverna kom från två olika skolor. Två pojkar från årskurs tre samt de två eleverna från årskurs fem kom från samma skola och undervisades av samma matematiklärare. Den skolan benämns här som skola A. Resterande elever, de två pojkarna i årskurs tre samt de tre eleverna i årskurs fyra kom från samma skola, men undervisades av olika matematiklärare. Den skolan benämns här som skola B.

5.2 Sammanfattning av respondenternas svar på enkäten

På enkäten svarade de 11 utvalda eleverna genomgående att de tycker matematikundervisningen övervägande är rolig och att de själv upplever att de har goda kunskaper i matematik som de gärna vill visa på lektionerna eller i matematikundervisningen. Elevernas inställning till matematikämnet är att de tycker att det är intressant, de har lätt för att tillägna sig nya kunskaper i matematik samt de har en stor vilja att lära sig mer matematik och bli bra på det. Alla eleverna finner det också givande, utifrån enkäten, att lösa kluriga problem och finna egna lösningar på uppgifter som de får arbeta med. Totalt svarade 169 elever på enkäten vilkas svar finns sammanställda i bilaga 5. Urvalsgruppens består av 11 elever vars svar på enkäten finns sammanställt i tabell 1, bilaga 5.

5.3 Resultat av elevintervjuer

5.3.1 Elevernas tankar om matematiken i skolan

Alla eleverna tyckte oftast att matematikundervisningen var rolig, två av eleverna uttryckte att de tyckte den var jätterolig. När de skulle förklara vad som gör att matematiken var rolig kom några olika alternativ upp. Eleverna uttryckte att det var för att de fick tänka, att det var klurigt, att uppgifterna som de gjorde på matematiklektionerna var utmanande. De förklarade att de lärde sig mycket och att det fanns många olika delar av matematiken som de arbetade med, det är därför det var så kul. Fyra av nio elever upplevde att matematikundervisningen ibland var för lätt och att de tyckte att det kändes mer givande då de fick svårare uppgifter.

Ellen som gick i årskurs fyra sade att: ”Det är många i klassen som är på den nivån som läraren undervisar på, men vår lärare förklarar väldigt bra om det är något man tycker är svårt. Jag tycker oftast att det är en lagom nivå, men ibland är det för enkelt för mig”. *Per* i årskurs tre tyckte att matematiken var för enkel och han berättade: ”Jag skulle vilja ha svårare tal, i alla fall i matteboken, inte bara sådana $9 + 4$ och så. Det kan jag redan, då är det lätt att bli uttråkad”. Alla eleverna var överens om att matematiken var viktig och att de har nytta av den på andra platser än i skolan. De gav exempel på när man handlar i en affär är det bra att kunna matematik så att man inte blir lurad. Tre elever beskrev också exempel i vardagen då de har nytta av matematik, t.ex. för att räkna ut hur man ska späda en koncentrerad saft och att de har nytta av det när de ska baka. Fem av nio elever uttryckte att de skulle kunna få ett bättre jobb om de är bra på matematik. Innebörden av matematik för eleverna var att de fick tänka och att det var ett ämne de hade ett stort intresse för och positiva känslor till. Flera av eleverna menade att matematik var det roligaste ämnet i skolan. De uttryckte också att om man inte är bra på matematik kan det bli jobbigt i framtiden, när man är vuxen, då man ofta behöver använda sig av matematik.

Tre av nio elever menade att matematiken finns överallt. *Filip* i årskurs tre förklarade: ”Det är roligt med siffror och med former, allt är ju matematik, se på väggarna bara, det är rektanglar, ja det finns ju överallt”. (Samlat resultat från fråga 1, 2, 6, 25 och 26).

5.3.2 Matematikundervisningen enligt eleverna

Eleverna fick beskriva hur en matematiklektion ungefär brukade vara upplagd. Då ingen observation är gjord av undervisningen, är analysen gjord utifrån det som eleverna beskrivit, d.v.s. elevernas uppfattning av undervisningen. Undervisningen på de båda skolorna utgjordes av genomgångar då nya moment presenterades av läraren på tavlan. Därefter fick eleverna arbeta med uppgifter i boken kopplade till det som läraren gått igenom. När eleverna arbetar i sina läroböcker skiljer sig de två skolorna åt. På skola A, där eleverna i årskurs tre och årskurs fem undervisas av samma lärare, arbetade eleverna med ett kapitel i taget och i slutet av kapitlet genomförde de en diagnos, en test på vilka kunskaper de utvecklats. Utifrån diagnosen avgjorde deras matematiklärare vilka uppgifter som de kunde gå vidare med, d.v.s. anpassad svårighetsgrad på uppgifterna. De två eleverna i årskurs fem uttryckte att de oftast fick gå vidare med de röda uppgifterna, de uppgifter i boken som ansågs vara svårast. Vid vissa tillfälle fick de en annan bok att räkna i. I denna räknade de uppgifter inom samma område som de i övrigt höll på med, men den innehöll mer avancerade uppgifter än den ordinarie läroboken.

På skola B bestod matematiklektionerna för de två eleverna i årskurs tre dels av arbete i läroboken och dels av extrauppgifter, av problemlösningsskaraktär då de var klara med uppgifterna i boken. De båda eleverna beskrev att de ofta, i princip varje lektion, blev klara med de uppgifter som skulle lösas, då de istället fick välja att arbeta med andra matematikuppgifter. De kunde då välja att arbeta med känguruproblem (NCM 2013), problemlösningkort, multiplikationstabeller, eller matematikspel. Dessa två elever uttryckte också att de vid dessa tillfälle upplevde att de ”lär sig mer” och att de blev utmanade till att ”tänka till lite extra och använda hjärnan mer”. De upplevde att dessa uppgifter gjorde matematiklektionerna mer spännande. *Per* som gick i år 3 beskrev: ”Vi arbetar i matteboken, men när vi är klara får vi extrauppgifter som är svårare. Oftast kan jag redan allt i matteboken”. På skola B arbetade de tre eleverna i årskurs fyra dels i matematikboken och dels utifrån ett häfte som läraren konstruerat. Matematikhäftet bestod av uppgifter på tre nivåer och detta häfte var ofta det som eleverna fick i läxa. Den första nivån i häftet var en färdighetsträningssuppgift som alla skulle göra och försöka lyckas med, den andra nivån var en utveckling av första färdighetssuppgiften och var lite mer av karaktären problemlösning, den tredje nivån bestod av en klurig utmaning som eleverna kunde göra om de ville och hann med. Utöver läroboken och detta arbetshäfte fick eleverna på skola B i årskurs fyra även uppgifter som läraren hade valt ut på lösblad, inom det område i matematiken som eleverna med just då.

Arbetsätten alternerades vid matematiklektionerna och vilket sätt eller vad som eleverna skulle arbeta med beslutades av deras lärare. (Samlar resultat från fråga 3, 7 – 9).

5.3.3 Grupparbete och problemlösning

Samtal i matematiken hade alla eleverna upplevt då de fått lösa problemlösningssuppgifter i grupper. En fördel med problemlösningssuppgifter, som eleverna beskrev var att de tyckte det kändes givande och utvecklande för matematikkunskaperna då de fick diskutera och samtala om hur de skulle kunna lösa ett problem. Två av de nio eleverna menade att det kändes mest givande om alla i en grupp var på ungefär samma kunskapsnivå och var lika motiverade till att lösa uppgiften. Alla eleverna såg positivt på att få arbeta med problemlösningssuppgifter. De beskrev att vid arbete med problemlösning blev de mer utmanade att tänka till, att det blev roligare för att det oftare var klurigare lösningar. Vid arbete med problemlösningssuppgifter upplevde eleverna matematiken som mer spännande och de uttryckte att de lärde sig mer. Fem av nio elever menade att detta är något som de skulle vilja göra mer av i matematikundervisningen.

David som gick i årskurs fem beskrev att han vid denna typ av uppgifter: ”jobbar mer med matematiken”. Två elever beskrev att värdet då de fick arbeta i grupper innebar för dem att de kunde lära sig nya sätt att tänka, då de kunde höra hur de andra i gruppen förklarade hur de ville lösa en uppgift. Jag hade under intervjun med mig exempel på två uppgifter på känguruproblem, tagna från Nationellt centrum för matematiks hemsida, NCM (NCM 2013). Jag ville visa dessa för att försäkra mig om att eleverna förstod vad jag menade då jag pratade och frågade om arbetet med problemlösningssuppgifter, (se bilaga 4). Jag visade dessa för eleverna och frågade om det var så här deras problemlösningssuppgifter ungefär brukade se ut. *Ellen* i år 4 sade: ”Ja, de är ungefär så här, men oftast är det lättare än så här”. (Samlat resultat från fråga 11, 12 och 17, 18).

5.3.4 Lärande och stimulans i matematikundervisningen

När eleverna beskrev vid vilket tillfälle de lärde sig mest matematik återkom de till problemlösningssuppgifterna som ett bra alternativ till lärande. Fem av nio elever tyckte att de alltid lär sig något nytt då de fick arbeta med problemlösningssuppgifter och att de blev stimulerade då de fick tänka till lite extra. Tre elever av nio sa att de vid varje lektion lärde sig något nytt, medan en elev upplevde att det var en del upprepning i matematiken.

Om eleverna skulle fått svårare uppgifter i matematik trodde de alla att de skulle lära sig mer och att det skulle vara mer utmanande att lösa uppgifterna i matematiken. Två elever tyckte att bra sätt till lärande, då de fann undervisningen givande, var då läraren hade genomgångar vid tavlan och att de därefter fick räkna liknande uppgifter i boken. En elev tyckte att han lärde sig mest då han fick uppgifter som hans föräldrar producerade åt honom hemma. Han förklarade att det t.ex. kunde vara uppgifter där han fick räkna med procent. Fler saker som eleverna upplevde som bra med sina matematiklektioner beskrevs av *Filip* i årskurs tre på följande sätt: ” Jag brukar jobba jättebra på mattelektionerna, mellan 1-10 så blir det en 10 för mig!”. Han uppskattade att det var tyst i klassrummet, så han kan kunde komma långt fram i matematikboken, och att han ibland fick arbeta tillsammans med en kompis. Större delen av eleverna upplevde att det som är bra med det sett som de arbetade på är att uppgifterna var roliga och att lärarna förklarade på ett bra sätt. Två elever tyckte det var bra att de fick arbeta individuellt och själv välja vilken svårighetsgrad på uppgifterna som de skulle lösa i boken. En elev tyckte att undervisningen var bra för att den bestod av olika saker och alternativa arbetssätt, ibland arbete i läroboken och ibland mer kluriga uppgifter som t.ex. problemlösningsuppgifter. Två av de nio eleverna tyckte att det var bra att de fick arbeta med andra uppgifter än de i läroboken då de ville ha större utmaningar och redan kunde det som boken tog upp. Dessa uppgifter var ofta problemlösningsuppgifter eller matematikspel där de beskrev att de behövde tänka på andra sätt än då de löser uppgifter i boken. (Samlat resultat från 4, 13 – 16 och 23).

5.3.5 Att få hjälp och stöd och att hjälpa sina klasskamrater med matematikuppgifter

Två av eleverna förklarade att de väldigt sällan frågade om hjälp då de skulle lösa uppgifter i läroboken, då de tyckte att dessa uppgifter var lätta. En elev sa att om han bara satt en stund och funderade på uppgifterna kom han på svaret. En annan elev tyckte att hon sällan behövde fråga om hjälp om hur hon skulle göra för att lösa en uppgift eller räkna ut något, utan mest behövde hjälp med vad de var ute efter i uppgifterna. Eleverna i undersökningen svarade genomgående på frågan om hjälp och stöd, att om de behövde, fick de alltid den hjälp som krävdes för att de skulle förstå. Ibland händer det att de får hjälpa sina klasskamrater. *Majken* som gick i år 4 säger: ”Ibland kommer någon och frågar mig, och det känns bra, det känns bra att de tycker att man är bra på matte!”. De två eleverna i år 5 ville gärna hjälpa sina klasskamrater men ville inte att någon bara ska

kopiera deras svar på en uppgift. Men om någon ville ha en förklaring över hur de tänkt kunde de gärna förklara. De upplevde att genom att få förklara för någon annan kan de själva bli mer säkra på att det som de gjort är rätt. (Resultat från fråga 5 och 20).

5.3.6 Roligare matematikundervisning enligt eleverna

David i årskurs fem berättade att han gärna skulle ha mer matematikspel under lektionerna och gärna hade velat arbeta mer med problemlösning. Två av de nio eleverna tyckte att läraren borde använda mer digitala verktyg, som surfplatta där eleverna kunde konstruera egna uppgifter eller använda sig av datorer för att göra det roligare. Tre elever saknade ingenting och tyckte att undervisningen var bra så som den var. *Per* saknade svårare uppgifter och berättade att läraren ibland sade: ”till oss som är lite duktigare att sätta oss och göra uppgifter som är lite mer utmanande”. När *Filip* i år 3 fick frågan om han saknade något funderade han en stund, men utbrast sedan ”Ja! roten ur, vill jag lära mig. Jag kan redan lite om det för min storebror och storasyster har förklarat för mig, men sådana uppgifter skulle jag vilja ha”. *Filip* ville också ha mer matematik och längre matematiklektioner. Han sa också ”Man kan bygga saker, i klassrummet, som en bro t.ex. sen kan man ta en bil och testa om det håller”. (Samlat resultat från fråga 21, 22).

5.3.7 Att sätta upp mål i matematiken

Fråga 24 handlade om att sätta upp mål i matematiken. Alla eleverna som ingick i undersökningen fick under de årliga utvecklingssamtalen sätta upp mål utifrån kursplanen (Skolverket 2011) i matematiken. Dessa mål sträckte sig oftast över hela terminen. Elevernas inställning till att sätta upp mål var positiv då de upplevde att de arbetade hårdare, mer effektivt om de visste att de hade ett mål att uppnå. En elev beskrev att om de inte skulle ha mål att uppnå i matematiken så skulle det innebära att de framtida matematikkunskaperna kunde komma att blir drabbade. Om de inte lärde sig vissa saker nu, skulle det bli mycket svårare senare. Eleverna på skola A, i både årskurs tre och i årskurs fem, skrev varje vecka i en personlig planeringsbok upp vilka uppgifter de skulle klara av under en vecka. *David* i årskurs fem beskrev att: ”Är det något som jag är osäker på kan jag välja att skriva in mer av det för att lära mig det jag inte kan och vänta med sådant som jag redan kan i matematiken”.

6. Diskussion

Med en fenomenologisk ansats kommer resultatet här att diskuteras och analyseras. Med det som grund kommer en tolkning göras utifrån hermeneutiken som används vid tolkning och förklaring av upplevelser och dess innebörder (Jakobsson 2011). Tolkningen kommer också genomföras utifrån tidigare beskrivna teoretiska perspektiv, konstruktivismen och sociokulturellt perspektiv.

6.1 Tillförlitlighet i undersökningen

Urvalet av eleverna i undersökningen har valts utifrån hur de besvarade den enkät som jag till att börja med genomförde med eleverna. Inga provresultat från nationella prov eller övriga matematikprov har granskats från urvalsgruppen. Genom att granska elevernas provresultat hade ytterligare belägg för att eleverna skulle vara högpresterande stärkas. Se Skolverket (2012) som utifrån provresultat undersökt en grupp av elever som högpresterare. Syftet med min undersökning var att utifrån elevernas perspektiv, med deras engagemang och glädje för ämnet, utreda vad som gör att de känner sig stimulerade i matematikundervisningen. Efter enkätstudien gjorde jag mitt första urval och valde sedan ut eleverna i samråd med undervisande matematiklärare som i sin undervisning lagt märke till att eleverna presterar på en nivå som är utöver medelprestationen i klassen. Pettersson och Wistedt (2013) menar att elevers förmågor och fallenhet i matematik, visar sig vid matematisk aktivitet. Jag har inte observerat eleverna på det sättet i min undersökning, vilket innebär att mitt resultat, baseras på elevernas upplevelser och tankar om sig själva och sina kunskaper i matematik.

6.2 Intresse för matematik

Det finns en genomgående positiv attityd till matematik hos de elever som jag träffade. Eleverna visar att de tycker att matematik är ett ämne som både är roligt och viktigt. Eleverna är mycket motiverade i matematiken, vilket är ett kännetecken för en högpresterande elev (Barger 2009). Deras stora intresse för ämnet tycker jag man kan förklara med den åttonde av Krutetskiis (1976) beskrivna förmågor, fallenhet och intresse för matematik. Eleverna har ett matematiskt sinne som gör att de på ett lustfyllt sätt tar sig an matematiska problem. I vissa fall kan de utifrån deras omgivning lyckas lägga märke till matematiken som finns omkring dem (Pettersson och Wistedt 2013).

Elever som är högpresterande och särskilt begåvade i matematik behöver inte ha denna positiva attityd till ämnet. Det finns exempel från tidigare forskning, t.ex. Pettersson (2008) eller Wistedt (2005) som visar att om eleverna inte får stöd och stimulans kommer de att tappa sina förmågor och i stället tycka matematiken är tråkig. Två av eleverna i min undersökning beskriver att de ibland tycker att uppgifterna i skolan är för enkla. En av dessa elever visar tendenser till att vara uttråkad då han beskriver att arbetet i läroboken oftast består av upprepning och allt för lätta tal som han redan kan.

6.3 Lärarrollen i matematikundervisningen

En viktig källa till elevernas känsla för och kunskaper i matematik är lärarens roll i klassrummet (Gustavsson och Myrberg 2002). Resultatet visar att eleverna som intervjuats är på det stora hela väldigt nöjda med sin undervisning. Eleverna på skola B beskriver att de ofta får arbeta med extrauppgifter som de får utöver sin lärobok. Detta är något som eleverna upplever som givande då de menar att de lär sig mer och tycker att matematiken blir mer spännande då de får lösa t.ex. problemlösningssuppgifter som extrauppgifter. Närmare resonemang om detta tas upp i nästa stycke.

Eleverna berättar att deras lärare väljer ut matematikuppgifter som passar deras nivå efter deras förmåga och i viss mån tilldelar dem berikande uppgifter som gör att de utmanas då läroboken inte räcker till. Gustavsson och Myrberg (2002) pekar på egenskaper som är positiva i lärarrollen, och visar att just engagemang, anpassning till elevernas behov och tydliga förklaringar bidrar till stimulans i undervisningen. Detta tolkar jag stämna överens med det som mina elever i undersökningen beskriver. Tydliga förklaringar är något som eleverna nämner som en styrka hos deras lärare, då eleverna alltid upplever att de får det stöd och den hjälp som de behöver i matematiken. Detta genom, som eleverna beskriver, bra förklaringar och genomgångar av nya moment i matematikundervisningen. En elev som går i årskurs tre förklarade att han oftast inte frågar om hjälp på matematiklektionerna. I stället behöver han sitta en längre stund och fundera på en uppgift, så kom han på hur han ska göra. Jag skulle i samband med detta vilja tolka Wistedt (2005) som menar att matematiklärare oftast inte premierar denna typ av arbetssätt i matematiken. Men genom Wistedt beskrivning kan man tolka det som att denna elev bara behöver lite mer tid för en del uppgifter.

Det som kommer upp i intervjuerna är också att det är positivt att kunna hjälpa andra, främst då genom att eleverna får förklara hur de gjort. En tolkning av Persson (2010a) innebär att de elever som är matematiskt begåvade, istället för att utveckla sitt eget

lärande, d.v.s. få berikade matematikuppgifter, blev de en hjälpredda till läraren för att hålla reda på och hjälpa de andra i klassen. Detta är inget som eleverna i min undersökning beskriver att de upplevt, vilket är positivt då det utifrån Persson (2010a) tolkas som negativt och ostimulerande för de högrepresterande och matematikbegåvade eleverna.

Holden (2001) tar upp vikten av att klassrumsmiljön är tillåtande och trygg. Elever som får uppleva en matematikundervisning som inbjuder till samtal i helklass, diskussioner mellan både elever och lärare och mellan elever är stimulerande för elevernas matematiska förmågor. Intresse för matematiken kan också byggas upp genom att elevernas idéer och frågor är det som leder matematiken vidare (Holden 2001). Eleverna i undersökningen beskriver inte någon del av undervisningen som består av samtal om matematik i helklass. De beskriver undervisningen i matematik som till största del individuell. Vid enstaka tillfälle arbetar de i par eller grupper. Utifrån Holden (2001) tolkar jag hennes resonemang att det är viktigt att samtala i matematiken. På detta sätt kan fler av elevernas förmågor utvecklas och stimuleras. Dels genom att höra andra elevers funderingar och dels själva få sätta ord på sina matematiska tankar. Utifrån ett sociokulturellt perspektiv är samtal ett viktigt inslag i undervisningen.

6.4 Grupparbete och problemlösning

Då eleverna får arbeta i grupper och lösa uppgifter tillsammans är det tillfälle som de får möjlighet att samtala om matematik. Dessa samtal upplever eleverna som stimulerande då de får förklara och resonera tillsammans och även höra hur andra i gruppen tänker då de ska lösa en uppgift. Jag tolkar Holden (2001) och ser samband med detta då hon menar att samtalen i matematik är viktiga, i likhet med Holden menar också Gustavsson och Myrberg (2002) att nyfikenheten för matematiken kan stimuleras genom att eleverna får samtala och ställa frågor. Två elever i undersökningen menar att de tycker det känns bäst om deltagarna i en grupp har så likvärdiga kunskaper som möjligt. Risken med att gruppera högrepresterande och särskild matematikbegåvade elever i homogena grupper kan enligt Winner (1999) leda till att det blir negativt för de som inte anses lika begåvade i matematik. Detta kan tolkas som att om man inte låter alla elever vara delaktiga på samma sätt kan det orsaka att elever känner sig utanför och inte får möjlighet att utveckla sina kunskaper. Det gäller både högrepresterande, begåvade elever samt de som har svårigheter i matematiken.

Eleverna i min undersökning visar stort intresse för problemlösningssuppgifter och det

tolkas i likhet med det som Sollervall och Wistedt (2004) diskuterar kring. De jämför högpresterande och matematikbegåvade elever i skolan med matematiker som löser problem. Vid arbetet med problemlösningsuppgifter poneras att eleverna upplever de utforskande arbetet i själva lösningsprocessen. Som en matematiker löser uppgifter med en drivkraft av lust att förstå (Sollervall och Wistedt 2004). De njuter av matematiken, de tycker det är roligt, de finner det spännande att få tänka och använda huvudet. Problemlösning som alla eleverna diskuterade kring ses som utmanande och de får extra utlopp för sitt matematiska sinne.

Eleverna beskriver också att de jobbar mer med matematiken, att det blir roligare och att de blir mer stimulerade ju klurigare en uppgift är. Genom att tolka Greenes (1981) beskrivning om högt matematikbegåvade elevers jag tycka mig se samband med hur mina elever förklarar. Greenes menar att dessa elevers tänkande är flexibelt och de kan se saker från olika perspektiv då de arbetar med en matematisk uppgift.

6.5 Stimulering av elevernas matematiska förmågor

Elevernas förmågor i matematik stimuleras då läraren visar engagemang för matematiken och delaktighet i undervisningen. Likaså om eleverna får vara delaktiga i aktiviteter i matematiken (Skolverket 2003). En myt kring matematiskt begåvade elever är att de klarar att utveckla sin förmågor på egen hand (Winner 1999). I min undersökning kan jag se att de elever som får andra uppgifter, som är mer utmanande än de i läroboken, stimuleras av detta. Tolkningen av detta är att Winners ovanstående beskrivna myt kan stämma då de matematiskt begåvade eleverna behöver få stöd för att stimuleras och fortsätta utvecklas. Om detta är något som är specifikt för de högpresterande och matematikbegåvade eleverna kan diskuteras. Om det handlar om att utveckla förmågor med hjälp av undervisningen som Pettersson och Wistedt (2013) menar skulle en utmanande och spännande matematikundervisning kunna utveckla alla elevers matematiska förmågor. Som Krutetskii (1976) beskriver har alla människor mer eller mindre av de sju förmågor som han beskriver. Då är denna typ av undervisning kanske inte bara till för en specifik grupp av elever. Skulle undervisningen utformas på ett kreativt och undersökande sett, där eleverna kan känna delaktighet och mötas på sin nivå, skulle det kunna innebära det att inga elever behöver grupperas utanför klassrummet från den ordinarie undervisningen.

Det finns två elever i undersökningen som utmärker sig gentemot de andra. Båda

eleverna går år tre och uttrycker tydligt att läroboken i matematik är för enkel. Jag tänkte här resonera lite närmare kring en av dessa elever. *Per* uttrycker att han blir uttråkad av att lösa de uppgifter som han arbetar med i läroboken. Pettersson och Wistedt (2013) menar att elever som har särskild förmåga i matematik som inte får utlopp för den, d.v.s. deras förväntningar i matematikundervisningen möts av sådant som de redan kan, kommer att tröttna på matematiken. De riskerar att bli ointresserade, omotiverade och frånvarande (Pettersson och Wistedt 2013). Barger (2001) beskriver också vikten av att särskilt matematikbegåvade elever, precis som alla elever i skolan ska få en undervisning av samma kvalitet och kvantitet, det vill säga, Barger (2001) menar att eleverna, oavsett nivå ska lära sig något nytt varje dag. Vid intervjun berättade *Per* att matematikläraren ibland uppmanade honom att göra något annat under t.ex. en genomgång. Detta för att han redan kunde det som genomgången skulle handla om. Jag tolkar Barger (2001) och hennes resonemang som att det denna lärare gör, är ett bra alternativ för att försöka undvika tristess för eleven. Men tiden måste fyllas med något annat matematikinnehåll som är utvecklande för eleven då Barger (2001) påpekar att trots elevens särskilda begåvning, kommer den inte att klara att utveckla sin förmåga av sig själv. *Per* kunde vid dessa tillfällen välja att arbeta med problemlösningsuppgifter eller multiplikationstabellen som han själv hade satt upp mål för att klara av inom den snaraste framtiden.

Det som *Per* beskriver då han berättar om när han löser problemlösningsuppgifter är att han "får tänka på andra sätt". Pettersson och Wistedt (2013) beskriver utifrån Krutetskii (1976) förmågor hos matematikbegåvningar. Genom att tolka dessa kan man se samband med *Per*, som beskriver att han stimuleras och tycker det är roligt att tänka flexibelt och operera med siffror.

Observationer kring elevers lust till lärande har gjorts av Skolverket (2003). Dessa studier visar att elever i de tidiga åren i grundskolan ofta har ett stort mått av lust att lära matematik. Men det som kan orsaka att eleverna blir uttråkade är dels det faktum att de har särskild förmåga i matematik och dels att arbetet i läroboken inte medför några utmaningar. Det kan också bero på att läroboken medför att matematiken består av ett allt för formaliserat lärande och eleverna inte får utlopp för sin kreativitet och användning av sina egna lösningsstrategier (Skolverket 2003). Flera elever i min undersökning beskriver att de tycker själva att lär sig mer då de arbetar med mer utmanande uppgifter och problem. Så som Greenes (1981) beskriver har dessa matematiskt begåvade elever ett kreativt tänkande.

Utifrån de nio elever som jag har träffat finns det vissa likheter men trots att de bara är nio elever finns det också saker som skiljer eleverna mycket åt i hur de bäst stimuleras i undervisningen. Med det skulle jag vilja lyfta och tolka det resonemang som Pettersson och Wistedt (2013) talar om att matematikundervisningen måste innehålla en variation. Denna variation ska dels bestå av det som eleverna i undersökningen stimuleras av, som sagt, samtal och problemlösningssuppgifter, men också olika arbetssätt, material, och ibland undersökande och ibland experimenterade undervisning. Även tillfälle till att arbeta enskilt i böckerna, vilket några elever i min undervisning tog upp som en del där de tyckte att de utvecklade sitt lärande och blev stimulerade bör också finnas i undervisningen (Pettersson och Wistedt 2013).

Detta resonemang har också stöd i tolkningen av de teoretiska perspektiv som jag har som ett underlag för min studie. Enligt konstruktivismen bör undervisningen utgå från varje individ och anpassas till dennes individuella kunskaper (Ernest 1998). På detta sett utvecklas individen med fokus på sig själv och sina kunskaper. Men skolan bygger också på det sociokulturella perspektivet (Skolverket 2011) som måste ses som ett komplement till de individuella. I samspel med andra på ett demokratiskt sett ska eleven få utlopp till att utvecklas. Med en varierad undervisning som är anpassad ges förutsättningar till lärande för eleven att på ett aktivt sett utveckla sina kunskaper (Ernest 1998; Skolverket 2003).

Resultatet visar också på de goda samband som kan ses genom undervisningens upplägg, lärarens insats och elevernas intresse. Holden (2001) beskriver att undervisningen måste vara rolig, det är motiverande. Eleverna i undersökningen upplever att undervisningen är rolig men att innehållet ibland är för enkelt och då skulle de behöva få större utmaningar.

För att på ett sätt bemöta en sådan elev som t.ex. *Per* finns det matematikdidaktiker och forskare som idag arbetar för att utveckla de som de kallar, *begåvad undervisning*. Detta innebär att elever som visar särskilda förmågor i matematik ska i den ordinarie undervisningen ha möjlighet att utveckla sina förmågor. Genom denna förändrade pedagogiska insats menar Edfeldt och Wistedt (2009) att även de elever som har en negativ attityd till matematiken och tycker den är tråkig också skulle kunna ändras och i stället börja uppskatta matematiken. Pettersson och Wistedt (2013) ger exempel på några uppgifter som kan hjälpa till att visa elevernas matematiska förmågor (se bilaga 4).

Barger (2001) beskriver också hur man kan stödja särskilt matematiska elever. Hon menar att genom att känna till elevernas förförståelse och vad de redan har kunskaper i kan man låta de slippa att delta i den ordinarie undervisningen, för att minska risken att

de blir uttråkade och understimulerade. Läraren kan ta reda på detta t.ex. med ett diagnostiskt test i början av varje nytt område i matematiken. Matematikuppgifterna för dessa elever ska vara fördjupade och ytterligare öka elevernas förståelse inom det område som de redan behärskar. Vidare menar Barger (2001) att lämpliga uppgifter kan utformas från samma grund, som de uppgifter alla elever i klassen arbetar med, men med högre komplexitet av siffror. Det kan också vara utmaningar som att räkna med en annan bas än 10, eller använda andra äldre, historiska metoder att räkna på. De matematiskt begåvade eleverna kan med hjälp av digitala verktyg eller miniräknare få upptäcka de negativa talen. T.ex. ” Börja med 20 och ta bort 3, om och om igen” (Barger 2001, sid 21), eller få arbeta med omvända frågor, där läraren ger svaret och eleverna får komma på lämplig uppgift. Detta görs genom att eleverna får uppgiften att vid t.ex. arbete med addition av decimaltal, finna fler termer av decimaltal som blir en viss summa, eller ekvationer som får samma resultat (Barger 2001).

6.6 Vad saknar eleverna i matematikundervisningen?

Slutligen skulle jag vilja diskutera det som jag utifrån undersökningen tolkar som det de högpresterande och matematiskt begåvade eleverna upplever som det roligaste och mest givande i matematiken. Några har uttryckt att de saknar dessa moment i undervisningen, andra har beskrivit det som att de gärna skulle vilja göra mer av dessa moment i matematiken, vilket tolkas som att det redan förekommer i deras undervisning. Eleverna beskriver matematikspel, problemlösning, att få konstruera egna uppgifter med digitala verktyg och bygga föremål. Jag tolkar detta som eleverna har en vilja att på ett kreativt och utforskande sätt arbeta med matematiken. Pettersson och Wistedt (2013) samt Holden (2001) för resonemang som jag tycker kan tolkas som givande och stimulerande för dessa elever. De beskriver experimenterande matematikundervisning, kreativa lösningar och uppgifter som innehåller utmanande överraskningar. En öppen och tillåtande undervisning som har plats för samtal och diskussioner utifrån uppdrag som innehåller en rik mängd av matematiskt material.

När eleverna får uppgifter som de tycker är på en lagom svårighetsnivå och anpassade efter deras förmåga blir de stimulerande att arbeta mer med matematiken. Jag tolkar Barger som beskrivning att uppgifter kan oftast göras mer komplexa och avancerade. En lärare med kreativa idéer och goda matematikkunskaper kan vara nyckeln till det (Barger 2009). Det finns två elever i undersökningen som önskar sig svårare tal och mer avancerat

innehåll. En tolkning av Ziegler (2010) skulle kunna kopplas till detta, där han beskriver att accelererad undervisning kan vara en lösning för att stimulera eleverna. Vinterek (2006) talar om att individualisera utifrån svårighetsgrad, med hjälp av läromedel eller omfattningen av uppgifter. Det som också kan tolkas utifrån mina elevers kommentarer är att större delen av dem ser positivt på att arbeta mer aktivt med undersökande uppgifter i matematiken, med fördel tillsammans med andra, då de kan utveckla och sätta ord på sina matematiska tankar.

7. Slutsats

Eleverna som jag träffade vid genomförandet av min undersökning beskriver matematik som ett roligt, viktigt och spännande ämne. I grunden har dessa elever en motivation och särskilda förmågor som leder till att de med lätthet kan uppnå goda resultat i matematiken och de har stor förståelse för matematikens logik. Då de fick tänka till extra mycket, lära sig nya moment i matematiken och fick utmaningar tyckte de att det var speciellt bra matematikundervisning. Något som de alla upplever och beskriver som stimulerade och roligt är att få arbeta med matematik på ett utforskande och kreativt sätt. Ett sätt som leder till att de får tänka annorlunda och som utmanar dem att använda sig av sina matematiska kunskaper. När matematiken inte bara går på rutin och när det inte är självklart vilket räknesätt eller strategi som de behöver använda. Eleverna fann kreativa problemlösningssuppgifter särskilt intressant då de utvecklade sina matematiska tankar. Eleverna beskrev att de arbetade mer med matematiken när de fick arbeta på detta sätt och inte bara löste uppgifter i läroböckerna på ren rutin. Några av dem uttryckte att de gärna löste denna typ av uppgifter tillsammans med andra för att få samtala kring matematiken, då de fick veta hur deras klasskamrater tänkte.

Skolans matematikundervisning ska leda till att alla elever får möjligheter att utvecklas utifrån sin potential. För att uppfylla detta för de högpresterande matematikbegåvade eleverna måste det finnas lärare med kunskaper som kan identifiera dem, se dem och anpassa innehållet i matematiken. Pettersson och Wistedt (2013) har utifrån sin forskning många goda idéer som jag tycker bör införas mer i skolans matematik. Matematikundervisningen måste alltså anpassas och läraren måste ha förmåga att se den individuella elevens behov. Detta är inte enbart nya fakta utan en naturlig del av matematiken i skolan för många lärare och elever. Utmaningen ligger främst i att det finns ett krav på att uppgifterna är av en mer kreativ karaktär. Det som kan vara ett hinder för dessa elever i skolan är att läraren missar deras begåvning och möjligheterna till utveckling minskar. Sollervall och Wistedt (2004) talar om begåvad undervisning för att minska risken att alla elever inte får möjlighet till utveckling. Har eleverna förmånen att utbildas på det sättet, kommer de antagligen fortsätta tycka att matematik är det roligaste ämnet i skolan.

7.1 Avslutande kommentarer och vidare forskning

Som blivande lärare har jag ett stort intresse och nyfikenhet för hur lärande uppkommer och hur förståelse och kunskaper utvecklas. Jag har ofta funderat på hur jag som lärare ska kunna bemöta den mångfald av elever som jag kommer att möta. Grundidén för denna uppsats var just det, att alla är till viss del olika men skolan ska vara till för dem alla. De elever som jag mött i min undersökning har beskrivit hur de stimuleras och resultatet är värdefullt för mig att ha med mig i min lärarprofession. De matematiska förmågorna kan jag komma att leta lite extra efter i min undervisning och genom att identifiera dem kommer jag att arbeta för att stimulera dessa förmågor. Mitt resultat baseras utifrån de högpresterande särskilt matematikbegåvade eleverna. Men kanske kan detta resultat också bestå av ett innehåll som kan komma till användning för alla elever som jag möter.

Skolämnet matematik har som syfte att försöka bidra till att ”eleverna utvecklar intresse för matematik” (Skolverket 2011, sid 62). Min undersökning visar, även om det inte är det som jag fokuserat på, att det finns en stor del elever i främst årskurs fem och sex som upplever matematiken på ett negativt sätt. Gällande dessa elever kan slutsatsen dras att skolan inte helt lyckas att uppfylla det syfte som ligger till grund för matematikundervisningen.

Resultatet visar också att många av de 169 elever som besvarade min enkät har en stor vilja att bli bra på matematik. Genom att arbeta med denna vilja hos eleverna skulle vidare forskning kunna handla om att försöka ta reda på hur skolan kan göra matematikundervisningen till ett ämne som alla kan känna glädje, engagemang och motivation inför. Under processen och framskrivandet av denna uppsats har jag också fått tankar på om man ur ett sociopolitiskt perspektiv skulle kunna få skolan att vara en plats där alla kan trivas och utveckla kunskaper utifrån sin förmåga.

8. Litteraturförteckning

Backman, Jarl (1998). *Rapporter och uppsatser*. Lund: Studentlitteratur.

Barger H. Rita (2009). Gifted, talented, and high achieving
Teaching Children Mathematics, 16, 154 – 161. National Council of Teachers of
Mathematics – NCTM.

Barger H. Rita (2001). Begåvade barn behöver också hjälp *Nämnamnaren* nr 3, 18 – 23.

Claxton, Guy & Meadows, Sara (2009). Brightening up: how children learn to be gifted.
I Balchin, Tom (red.), *The Routledge international companion to gifted education*. (s 3 –
8). London: Routledge.

Edfeldt W. Åke & Wistedt, Inger (2009). High ability education in Sweden: The Swedish
model. I Balchin, Tom (red.), *The Routledge international companion to gifted education*.
(s 76 – 83). London: Routledge.

Ejvegård, Rolf (2009). *Vetenskaplig metod*. Lund: Studentlitteratur.

Engström, Arne (2005). Matematikbegåvningarnas revansch? *Nämnamnaren* nr 2, 19 – 21.

Ernest, Paul (1998). *Vad är konstruktivism?* I Engström, Arne (red.), *Matematik och
reflektion*. (s 21 – 33). Lund: Studentlitteratur.

Europarådet (1994). *Recommendation 1248 on education for gifted children*.
<http://assembly.coe.int/mainf.asp?Link=/documents/adoptedtext/ta94/erec1248.htm>.
Hämtad 2013-10-03.

Gardner, Howard (1994). *De sju intelligenserna av Howard Gardner*. Jönköping: Brain
Books.

Greenes, Carole (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 28, 14 – 17. National Council of Teachers of Mathematics – NCTM.

Gustavsson, Jan-Erik & Myrberg, Eva (2002). *Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat*. Stockholm: Skolverket.

Heid, Kathleen (1983). Characteristics and special needs of the gifted student in mathematics. *The Mathematics Teacher*, 76, 221 – 226. National Council of Teachers of Mathematics – NCTM.

Holden M. Ingvill (2001). Matematiken blir rolig. I Grevholm, Barbro (red.), *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (s 160 – 181). Lund: Studentlitteratur.

Jakobsson, Ulf (2011). *Forskningens termer och begrepp – en ordbok*. Lund: Studentlitteratur.

Johansson, Bo & Svedner, Per Olof (2010). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. Uppsala: Kunskapsföretaget.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, Ill: The University of Chicago Press.

Larsen, Ann-Kristin (2009). *Metod helt enkelt*. Malmö: Gleerups.

Mönks. J Franz & Ypenburg. H Yvonne (2009). *Att se och möta begåvade barn*. Stockholm: Natur och kultur.

Nationalencyklopedin (2013). Divergent tänkande.
<http://www.ne.se.proxy.mah.se/divergent-tänkande>. Hämtad 2013-10-03.

Nationalencyklopedin (2013). Konvergent tänkande.
<http://www.ne.se.proxy.mah.se/konvergent-tänkande>. Hämtad 2013-10-03.

Nationellt centrum för matematik (2013) Känguruproblem. Hämtade 2013-09-26
<http://ncm.gu.se/kangaru>

Persson S. Roland (2010a). Experiences of Intellectually Gifted Students in an Egalitarian and Inclusive Educational System: A Survey Study. *Journal for the Education of the Gifted*, 33, 536 – 569. (Online version: <http://jeg.sagepub.com/content/33/4/536>)

Persson S. Roland (2010b) *Särbegåvade barn och ungdomar är utmaning för svenska psykologer: en kort översikt*. Forskningsmiljö skolnära forskning
Högskolan för lärande och kommunikation Högskolan i Jönköping.

Pettersson, Eva (2008). *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i pedagogisk praktik*. Licentiatuppsats. Växjö Universitet.

Pettersson, Eva & Wistedt, Inger (2013). *Barns matematiska förmågor – och hur de kan utvecklas*. Lund: Studentlitteratur.

Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet Lgr 11*. Stockholm: Skolverket/Fritzes.

Skolverket (2012). *Högpresterande elever, höga prestationer och undervisningen*. (Rapport 379). Stockholm: Skolverket/Fritzes.

Skolverket (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik* (Rapport 221). Stockholm: Skolverket/Fritzes.

Sollervall, Håkan & Wistedt, Inger (2004). Att stödja elever med förmåga och fallenhet för matematik. I Fritzen, Lena (red.), *På väg mot integrativ didaktik*. (s 127 – 136). Acta Wexionensia. Göteborg: Växjö University Press.

Starrin, Bengt & Svensson, Per-Gunnar (red.) (1994). *Kvalitativ metod och vetenskapsteori*. Lund: Studentlitteratur.

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Nordstedts

Trost, Jan (2001). *Enkätboken*. Lund: Studentlitteratur.

Utbildningsdepartementet (2009). *Den nya skollagen: för kunskap, valfrihet och trygghet*. Stockholm: Utbildningsdepartementet, Regeringskansliet.

Vetenskapsrådet (2011). *God forskningssed*. (Rapport 1:2005). Stockholm.

Vinterek, Monika (2006). *Individualisering i ett skolsammanhang*. Kalmar: Myndigheten för skolutveckling.

Wistedt, Inger (2005). En förändrad syn på matematikbegåvningar? *Nämnavaren* nr 3, 53 – 55.

Winner, Ellen (1999). *Begåvade barn myt och verklighet*. Jönköping: Brainbooks.

Ziegler, Albert (2010). *Högt begåvade barn*. Stockholm: Nordstedts.

Bilaga 1 Brev till elever och föräldrar inför undersökningen

Till föräldrar och elever XXXskolan

Hej!

Jag heter Annette Lyckelinge och går sista terminen på lärarutbildningen, matematik och lärande på Malmö högskola.

Som en del i mitt examensarbete skulle jag vilja göra min undersökning här på XXXskolan och ber här om ett godkännande för ert barn att delta i undersökningen.

Det skulle vara en stor hjälp för mig och jag är mycket tacksam om ni vill delta!

Undersökningen kommer bestå av en enkät där eleverna får besvara frågor om hur de upplever matematikundervisningen på skolan. Det kommer också ställas frågor om hur de upplever nivån på den undervisningen som ges samt hur de tycker att de klarar av matematiken i skolan.

Efter att enkätundersökningen är granskad kommer eventuellt ert barn få delta i en intervju med fördjupade frågor om matematikundervisningen.

Blir ert barn utvalt att delta i intervjun kan det bli aktuellt även med frågor till er föräldrar om hur ni ser på ert barns kunskaper i matematik och skolans bemötande av ert barn i matematikundervisningen, med tanke på utmaningar/särskilt stöd på olika sätt och individanpassat lärande.

Alla examensarbeten på Malmö Högskola är offentliga handlingar och publiceras på högskolans elektroniska databas, MUEP, Malmö University Electronic Publishing. I mitt arbete kommer jag givetvis att behandla alla uppgifter konfidentiellt och inga personliga uppgifter kommer uppges i arbetet eller lämnas ut av mig under arbetets gång. Ni kommer, om ni önskar, att ha tillgång till att läsa det färdiga arbetet i Malmö högskolas elektroniska databas där det finns tillgängligt längre fram under hösten 2013.

Vänligen besvara och återsänd denna blankett till skolan så snart som möjligt, dock senast tisdagen den 17 september 2013.

Stort tack på förhand!

Har ni frågor eller funderingar får ni gärna höra av er till mig.
Annette Lyckelinge XXX@gmail.com

0727-000000

Jag/Vi godkänner att _____ deltar i undersökningen om matematikundervisning på XXXskolan.

Jag/Vi vill **inte** att _____ deltar i undersökningen om matematikundervisningen på XXXskolan.

Målsmans underskrift

Målsmans underskrift

Bilaga 2 Enkäten

Enkät om matematik och matematikundervisning

Namn: _____

Klass: _____

Ta det lugnt och känn dig inte stressad, men fundera inte heller allt för mycket över dina svar utan välj det alternativ som känns ärligast.

Enkäten ska fyllas i enskilt och kommer inte visas för någon av dina klasskamrater eller lärare.

Tack för att du tar dig tid att delta!

Vill du inte att jag kontaktar dig för en intervju skriv då inte ditt namn. /Annette

Ringa in den siffra som du tycker stämmer bäst med vad du tycker.

En etta (1) innebär att du **inte alls håller** med påståendet, och en sexa (6) innebär att **du**

håller med helt och hållet.

1. Jag tycker våra matematiklektioner alltid är roliga

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

2. På matematiklektionerna förstår jag det som min lärare pratar om

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

3. Om min lärare ställer frågor på matematiklektionen vet jag svaret

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

4. Jag är intresserad av att lära mig nya saker inom matematik.

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

5. Jag har svårt för att lära mig matematik

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

6. Matematik är något jag bara håller på med i skolan

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

7. Jag kan mycket matematik men vill inte visa det på lektionerna

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

8. Jag är ointresserad av att lära mig matematik

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

9. Om jag får chansen att svara på frågor på lektionen vill jag gärna göra det

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

10. Jag vill bli bra på matematik

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

11. Matematik är ett svårt ämne

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

12. Matematik är roligt när jag får arbeta med kluriga problem och finna egna lösningar

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

13. Min lärare ger mig matematikuppgifter som är lagom svåra för mig

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

14. Jag kommer aldrig på bra idéer om hur man kan lösa en matematikuppgift

1 2 3 4 5 6

Egen kommentar: _____

Övriga kommentarer, tankar eller idéer:

Bilaga 3 Intervjufrågor

1. Vad tycker du om matematikundervisningen i skolan?
2. Varför är det så? (Roligt? Tråkigt? Spännande?) Vad tycker du inte är roligt med matematik?
3. Hur arbetar ni med matematik i skolan? Vad gör ni på mattelektionerna?
4. Vad tycker du är bra med det sätt som ni arbetar på?
5. Brukar du fråga om hjälp på lektionerna? När/Hur gör du det? Tycker du att du får den hjälp/stöd som du behöver? Om inte, hur skulle det vara istället?
6. Varför ska man kunna matematik?
7. Arbetar ni mycket i en mattebok?
8. Vad tycker du om mattebokens uppgifter? Om inte arbetar i böcker, vilket arbetssätt har ni?
9. På vilket sätt arbetar ni med matteboken? På vilket sätt arbetar ni med de uppgifter som ni får? (om inte matteboken) (Får du då arbeta framåt i din egen takt?)
10. Om du blir klar med de uppgifter ni fått i matteboken, hur får du arbeta vidare då? När du är klar, vad gör du då? (Räkna framåt? Nya uppgifter från annat ställe än matteboken?)
11. Brukar ni få arbeta med problemlösning?
12. På vilket sätt känner du inför problemlösningssuppgifter? (Jag visar medtagna problem- lösningssuppgifter, typ känguruproblem från NCM:s hemsida)
13. Om du inte skulle arbeta med matematik på det sätt som ni gör nu, på vilket sätt skulle du istället vilja arbeta med matematik i skolan? (Experiment? Laborativt? Verkliga problem?)
14. Vid vilka tillfälle lär du dig mest matematik? (Ex verbalt från läraren, laborativt, tyst räkning, grupparbete?)
15. När är matematik som mest spännande? Roligast? Vad får ni göra då?
16. Tycker du att du lär dig något på varje lektion? Om ja, varför tror du att det är så? Om nej, På vilket sätt, tror du, skulle läraren/skolan kunna göra så att du lärde dig mer matematik?
17. Får ni arbeta tillsammans i par eller grupper på matematiken?
Om ja, vad tycker du om att få arbeta i par/grupper?
18. Om nej, vad tror du att du skulle tycka om att få arbeta tillsammans med någon i matematik?

19. Får du möjlighet att länge fundera på en lösning i matematik? Om ja, gör du det?
20. Vad skulle du tycka om att hjälpa dina klasskamrater med matematik?
21. Saknar du något i matteundervisningen?
22. Vad hade gjort matematiken roligare? (Ex; Arbeta med material, bygga, mäta, vara mer aktiv, sitta tyst och räkna, lösa problem, hitta på egna problem, följa och räkna på ett recept, ha matematik utomhus med naturmaterial, lösa mattegåtor, konstruera något, försöka hitta mönster, arbeta med digitala hjälpmedel, typ surfplatta/dator/spel, spela matematikspel)
23. Vad skulle du tycka om du fick svårare uppgifter i matematik? Hur tror du att du skulle göra för att försöka lösa uppgifterna som du tycker är svåra?
24. Vet du om ni brukar sätta upp mål med matematiken i skolan? Vad tycker du om det? (Motivation)
25. Skulle du kunna beskriva vad matematik är för dig? (Ex, vilka känslor är kopplade till ämnet, attityd, ”viktighetsgrad”)
26. Var/Hur tycker du att man kan använda matematik någon annanstans än i skolan? (Ex, på fritiden? i framtiden?)

Bilaga 4

Uppgifter från Pettersson och Wistedt (2013).

”Fem personer träffas på en fest. Alla hälsar på varandra genom att skaka hand. Hur många handskakningar blir det?” (Pettersson och Wistedt 2013, sid 19).

Därefter kan uppgiften utvecklas genom att utöka antalet personer, till 10, 20 och 100 personer.

”Mormor sa till barnbarnen: ’Om jag bakar 2 pajer till er var, så får jag deg över som räcker till ytterligare 3 pajer. Men jag kan inte baka 3 pajer till er var, för då räcker inte degen till de två sista pajerna’. Hur många barnbarn hade mormor?” (Pettersson och Wistedt 2013, sid 21)

Uppgifter medtagna vid intervjuerna. Hämtade från Nationellt centrum för matematik (NCM 2013)

”En skattkista innehåller 5 skrin, varje skrin innehåller 3 askar. I varje ask finns 10 guldpengar. Skattkistan, alla skrin och askar har hänglås. Hur många lås måste du öppna för att få 50 guldpengar?”

”Selma har läst en liten bok. Hon skriver ner alla sidnummer på en lång rad. När hon har skrivit färdigt har hon skrivit 35 siffror. Hur många sidor har hennes bok?”

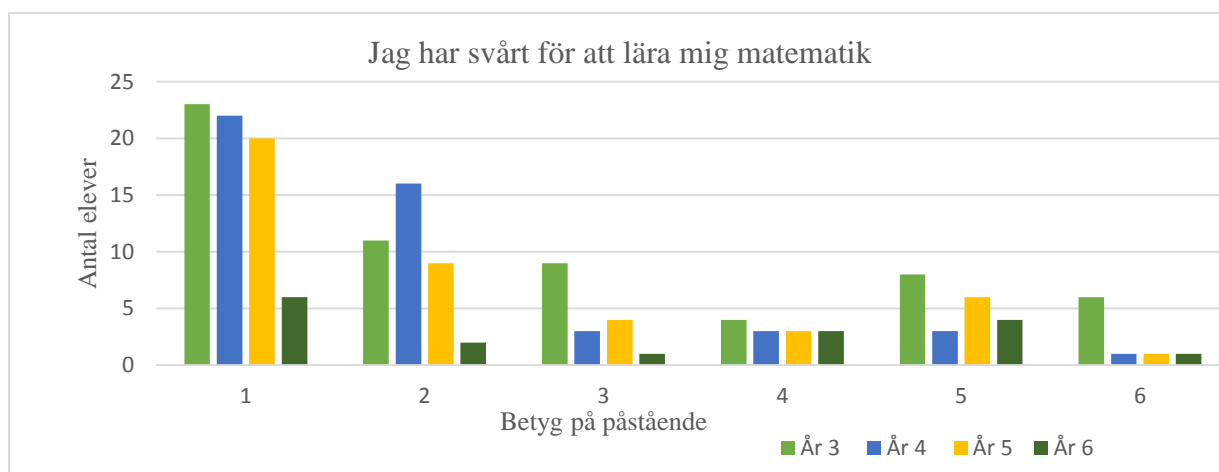
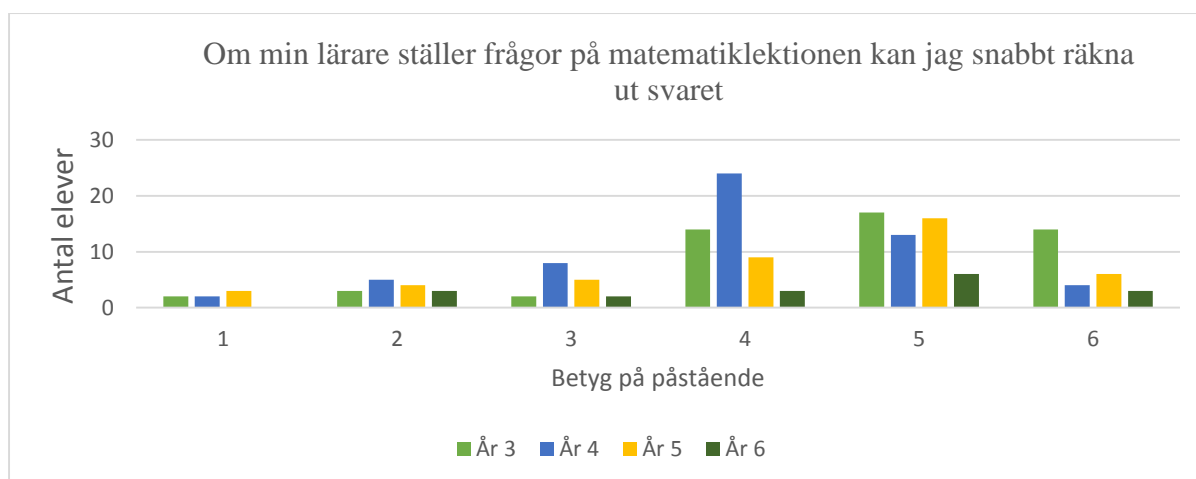
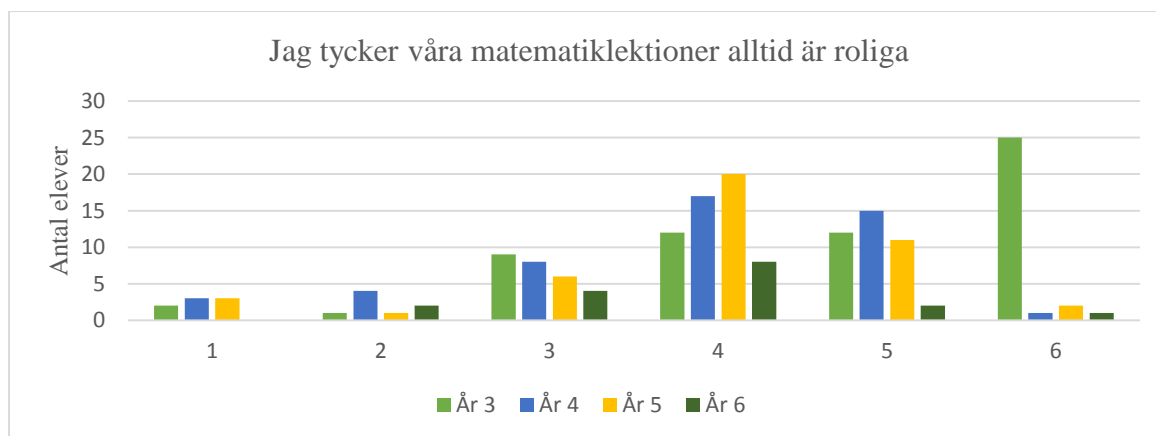
Bilaga 5

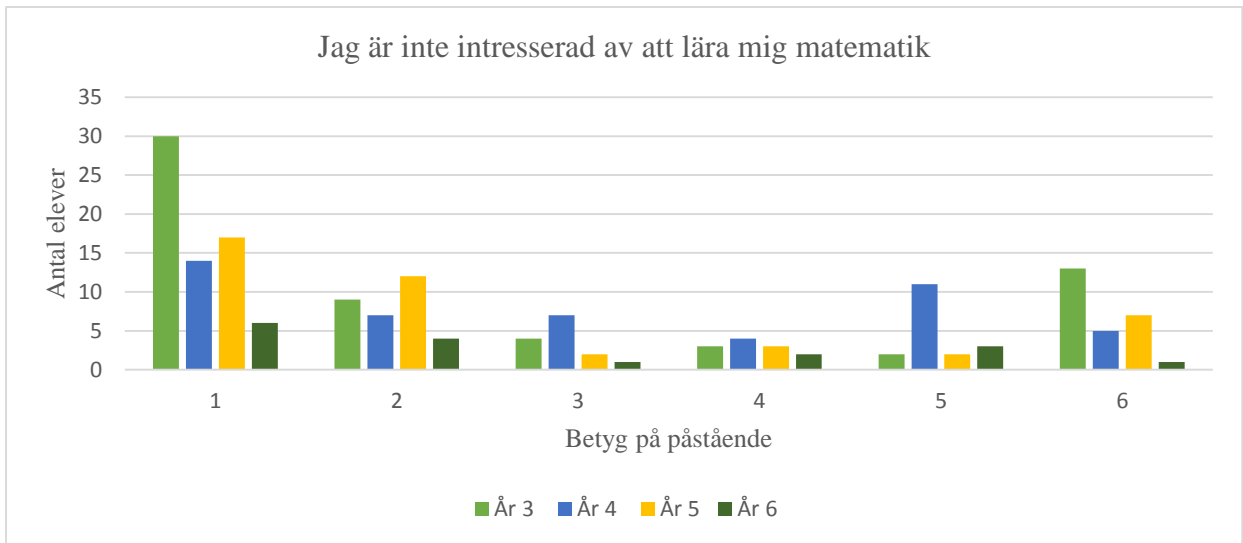
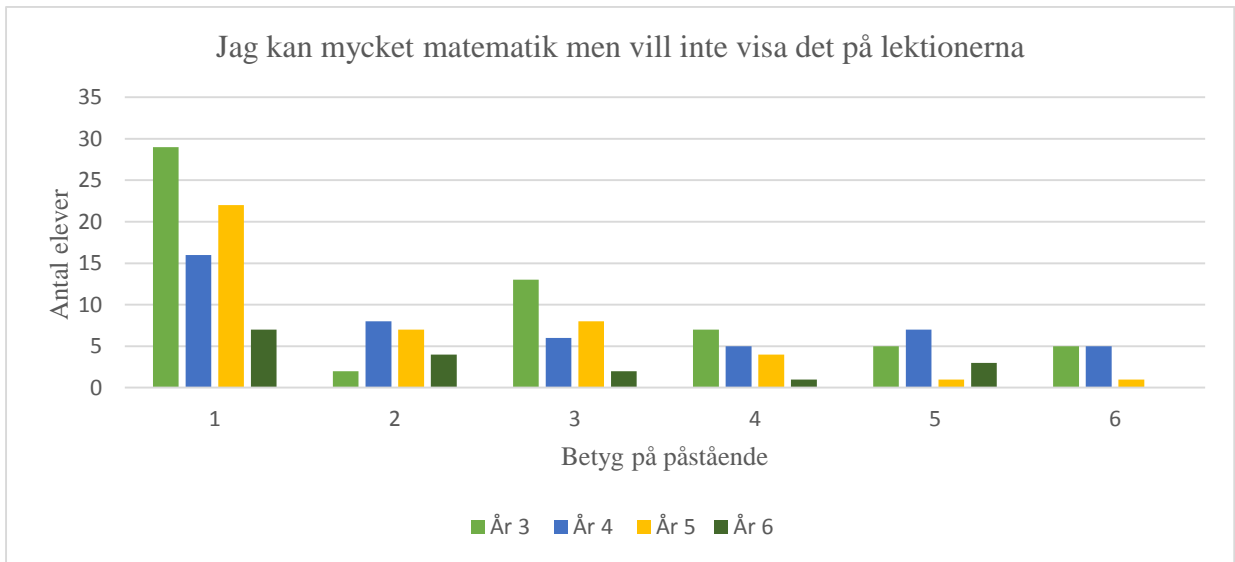
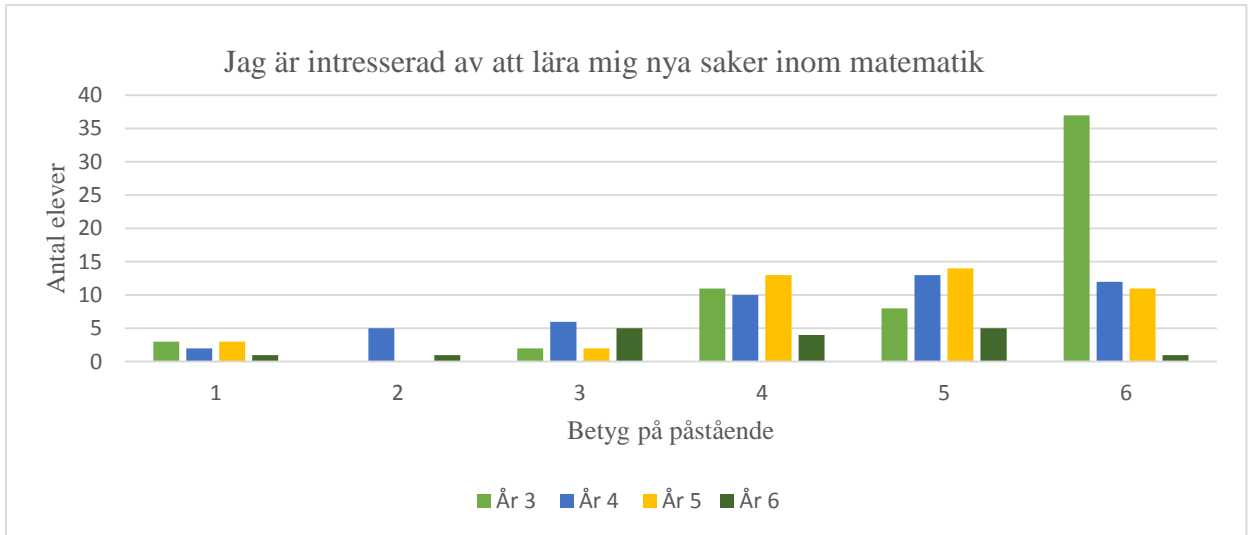
Resultat av enkäten

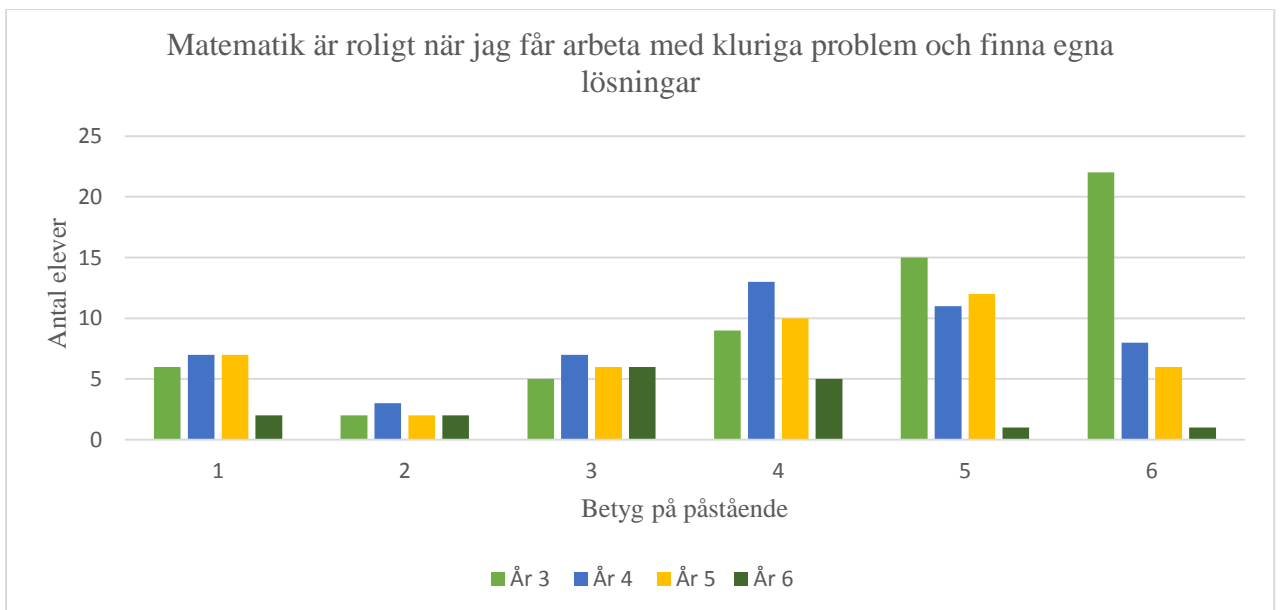
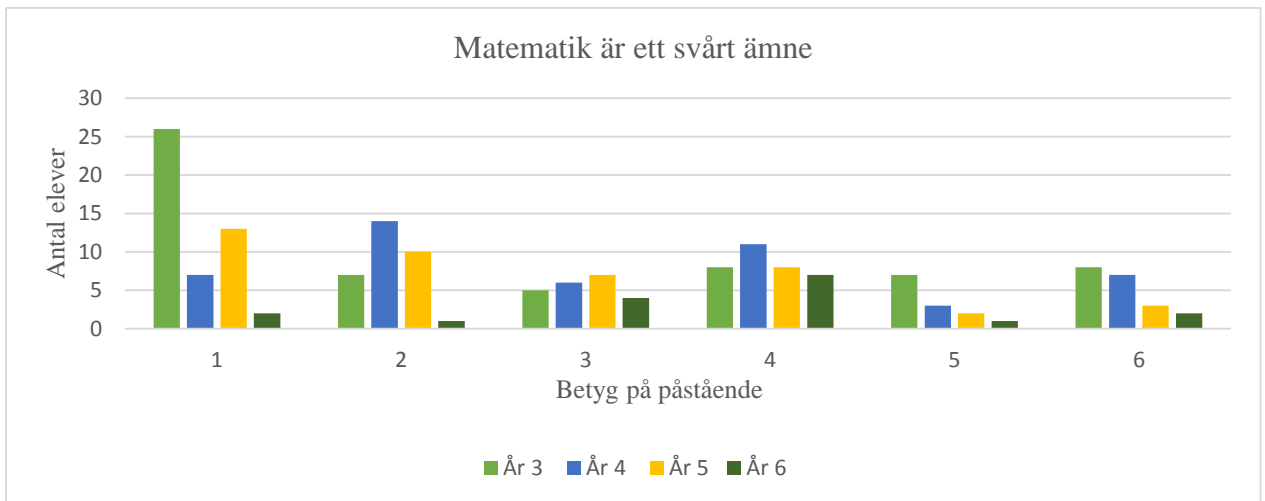
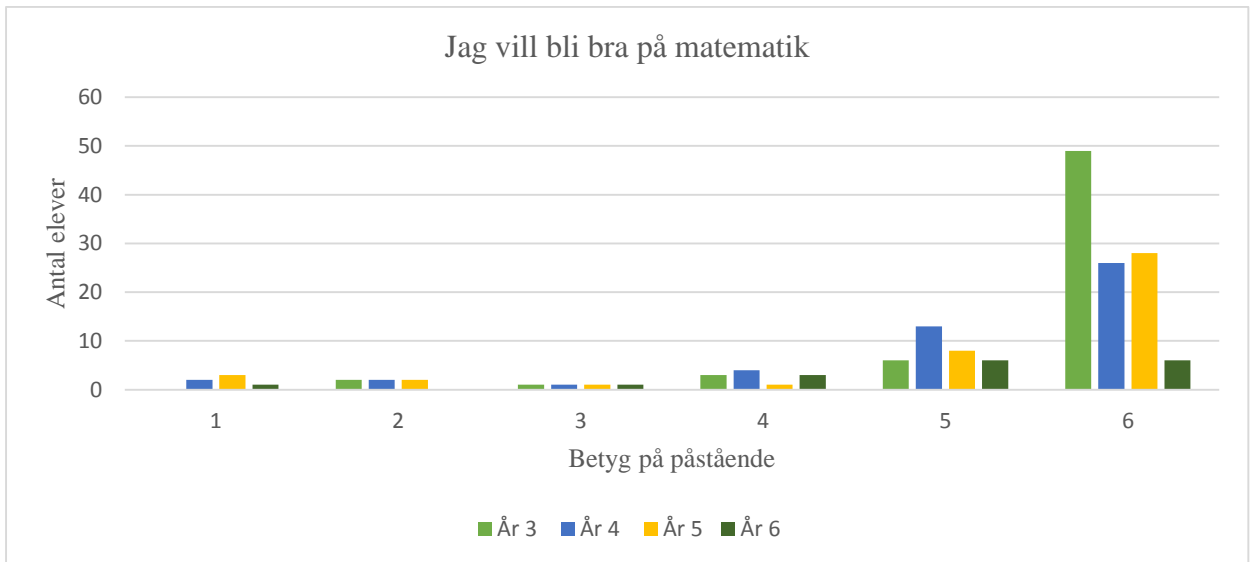
X – axeln visar i vilken grad eleverna håller med om påståendet. En hög siffra anger om eleven helt håller med, en låg siffra anger att eleven inte håller med om påståendet.

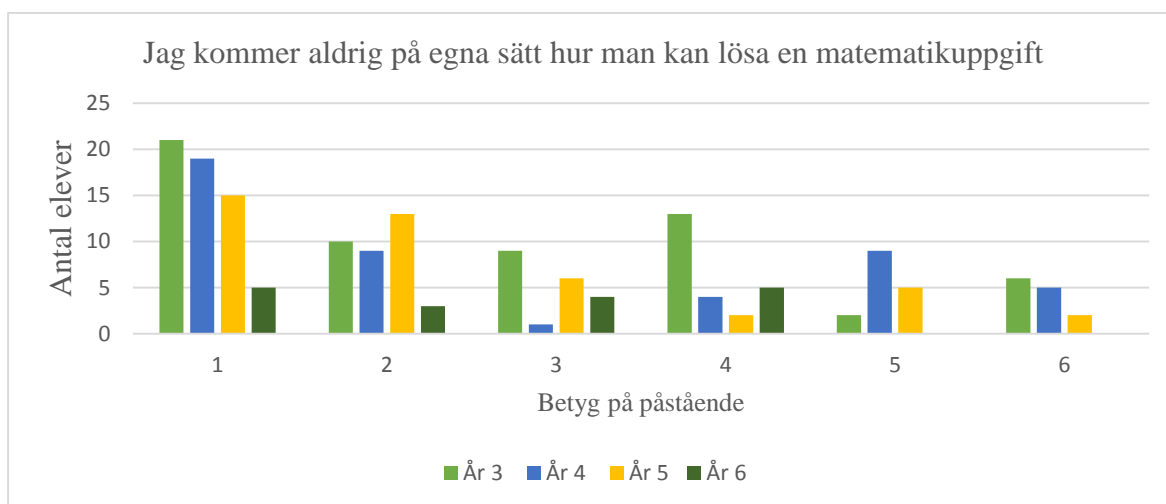
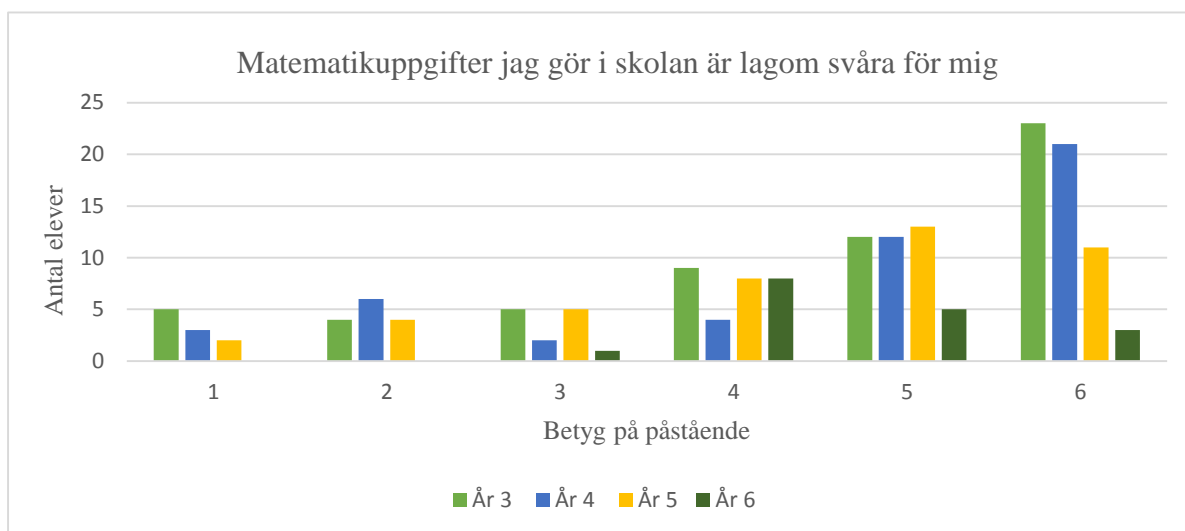
Antalet elever i varje årskurs som besvarade enkäten varierade, men n-värdet är 169.

Fördelningen av antal elever var: År 3, 61 elever, år 4, 48 elever, år 5, 43 elever och år 6, 17 elever. Svaren som de 11 eleverna i urvalsgruppen gett finns även fristående i tabell 1.









Tabell 1 visar resultatet av hur de 11 eleverna i urvalsgruppen valt att hålla med om de 11 påståendena.

	Betyg	1	2	3	4	5	6
Påstående	1			1	2	4	4
	2					5	6
	3	10	1				
	4					2	9
	5	10	1				
	6	10	1				
	7					2	9
	8	8	2	1			
	9					2	9
	10		4		3	2	3
	11	9	2				