MALMÖ UNIVERSITET
Lärande och samhälle
Skolutveckling och ledarskap

Examensarbete

15 högskolepoäng, avancerad nivå

Resursanvändning för intensivträning av grundläggande matematikkunskaper i grupp för årskurs 8

Use of resources for intensive training of basic math skills in groups for grade 8

Malin Wideheim

Specialpedagogexamen 90hp.
2018-01-10

Examinator: Lisa Hellström
Handledare: Marie Leijon

SAMMANFATTNING

Wideheim, Malin (2018), *Resursanvändning för intensivträning av grundläggande matematikkunskaper i grupp för årskurs 8*. Specialpedagogprogrammet, Lärande och samhälle, Skolutveckling och ledarskap, Malmö Universitet.

Inledning

Intresset för hur vida det ger resultat att använda resurser till att intensivträna årskurs åtta elever i grupp för att utveckla deras grundläggande matematikkunskaper har jag haft sedan 2013, då jag skrev mitt förra examensarbete. Jag har sedan dess drivits av hur specialpedagoger kan organisera resurser i matematik så att eleverna utvecklas så mycket som möjligt.

Syfte

Syftet med detta arbete är att studera om elever utvecklas matematiskt genom intensivundervisning som bygger både på samtal och diskussioner samt färdighetsträning av en mindre grupp elever som saknar grundläggande kunskaper i matematik ger för eleverna i årskurs åtta.

Teoretisk förankring

Enligt Vygotskij så lär vi oss när vi befinner oss i den proximala utvecklingszonen, då utmaningarna varken är för lätta eller alldeles för svåra. Elever lär sig genom att göra betydelsefulla aktiviteter och genom att samtal med andra. Att elever i årskurs åtta fortfarande inte behärskar additionen och subtraktion i talområdet 1–99 kan bero på många olika saker som bristfällig matematikundervisning eller svårigheter med att utveckla en god taluppfattning eller svårigheter med att automatisera.

Metod

Denna studie är en kvantitativ studie gjord på sex elever i årskurs åtta efter ett urval på 56 elever. Eleverna har fått genomföra en tre veckors intensivträning i grupp tre dagar i veckan och två dagars självträning. Intensivträningen i grupp har genomsyrats av ett upplägg där eleverna har fått samtala om metoder och strategier som sedan har färdighetstränats både i grupp och enskilt. Eleverna har fått genomföra samma kontrolltest innan intensivträningen, precis efter samt ca ytterligare en månad senare.

Testernas utfall har varit underlag till min resultatdel för att se om intensivträningen bidragit till att elevernas förmågor utvecklats.

Resultat

Resultatet av min undersökning visar sammanfattningsvis att eleverna har utvecklat sina matematiska färdigheter efter att ha genomgått en intensivträning på tre veckor i grupp. Elevernas testresultat har blivit sämre på några delområden och bättre på några. Den största förbättringen var på de uppgifter där eleverna måste använda sig av generaliseringar av enklare uppgifter i de lägre talområdena. På det delområdet som elevernas testresultat försämrades mest var addition med 8 som en av termerna och där de behövde räkna med tiotalsövergångar. Eleverna utrycker ett halvår efter genomförd intensivträning att tiden de investerade under de tre veckorna har varit betydelsefull för deras matematikutveckling.

Implikationer

Jag anser att skolor på organisationsnivå måste planera för att elever som ännu inte behärskar den grundläggande matematiken ges möjlighet till att intensivträna dessa färdigheter en till en eller i mindre grupp utanför ordinarie matematiklektion. Jag vill trycka på att vet är viktigt att eleverna möter en utbildad matematiklärare eller speciallärare när de genomför sin intensivträning.

Nyckelord

addition, diamant, grundläggande matematik, högstadieelever, intensivträning, matematikkunskap, resursanvändning, speciallärare, specialpedagog och subtraktion

1 INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1 INLEDNING

Under våren 2012 påbörjade jag en undersökning i årskurserna 6–9 kring elevernas grundläggande matematikkunskaper. I undersökningen som blev klar vårterminen 2013 framgick det att en stor del av eleverna i alla fyra årskurser och oberoende av kön, ännu inte hade befäst de matematiska kunskaperna som jag studerade (Wideheim, 2013). Jag har sedan dess varit mycket intresserad av hur specialpedagogen skulle kunna organisera skolans matematikresurser antingen som en extra anpassning eller som ett särskilt stöd. Resursen kan bestå i att den ordinarie undervisande läraren har utökad undervisnings tid eller att en speciallärare undervisar en mindre grupp elever. Resurstiden kan användas både till att förtydliga de moment som hela gruppen lär sig men kan även användas till att kartlägga och arbeta med moment som eleven/eleverna saknar förtrogenhet i. I denna undersökning tittar jag på om resursen kan bidra till att det sker en utveckling av elevernas kunskaper gällande grundläggande moment i matematik som de ännu inte har automatiserat eftersom bristen på automatisering innebär att eleverna får använda en stor del av sitt arbetsminne istället. Jag vill även se om detta sätt att använda resursen skulle bidra till att både läraren och eleverna känner att det, för eleven, sker en utveckling gällande moment som för stunden inte ska mätas eller sättas betyg på.

1.1 Bakgrund

Efter min speciallärarexamen har jag bland annat jobbat som speciallärare och haft intensivträning med elever och upplevt att det gett en bra effekt. Det jag däremot inte har gjort tidigare är att följa upp elevernas resultat efter en tid för att se om kunskapen är befäst. Efter att ha läst undersökningen av Wolff (2011) kring vilket resultat intensivträning i avkodning gällande läsning gav gentemot att eleverna fick traditionell speciallärarundervisning funderade jag på om det även kunde dras paralleller till matematiken. En undersökning som Naalsunds gjorde i Norge visade på att elevers bristfälliga kunskaper i aritmetik som sen leder i ett senare skede till att de utvecklar missuppfattningar då de använder metoder som att gissa eller prova sig fram. Eleverna får även svårt med algebra då de inte kan tillämpa de förväntade kunskaperna i aritmetik på ett effektivt sätt (Naalsund, 2012). Jag har även haft uppdrag som specialpedagog samtidigt som jag läst specialpedagogprogrammet och har då haft i uppdrag att fördela resurserna på skolan. Jag upplevde att resurserna oftast bara hjälpte eleven för stunden och med de aktuella momenten men elevernas eventuella kunskapsluckor eller missuppfattningar kartlades sällan eller aldrig. Jag upplevde även att det fanns förställningar om att det som eleverna inte har lärt sig i de tidiga årskurserna fanns det ingen anledning att arbeta med igen när eleverna går på högstadiet. Det är dessa föreställningar jag vill utmana med min undersökning. Jag vill ta reda på om elever på högstadiet, efter en kort intensiv träning, kan lära sig att behärska grundläggande matematiska kunskaper som de inte befäst i de lägre skolåren. Jag beskriver 2013 att det är lika stor andel i varje årskurs av eleverna som inte befäst den grundläggande matematiken i årskurserna sex till nio vilket tyder på att eleverna i dessa årskurser inte får någon undervisning kring detta då denna kunskap tas förgivet av lärarna (Wideheim, 2013). Det skulle även kunna betyda att lärde eleverna sig inte detta redan i de lägre årskurserna hade de inte förmågan att befästa kunskaperna med flyt.

1.1.1 HUR FÖREBYGGER VI FÖR MATEMATIK SVÅRIGHETER?

Redan i förskolan utvecklar barn ett matematiskt kunnande, de lär sig förstå och använda olika matematiska begrepp. Begreppen använder sen eleven till att först konkret kunna förstå och lösa olika matematiska problem för att sen kunna generalisera och lösa mer abstrakta problem. Lärares uppgift är att möta alla elever efter deras behov och där läraren får eleverna att utvecklas efter deras förmåga och nivå.

För att förebygga att det uppstår matematiksvårigheter för eleverna är det viktigt att redan i förskolan möta meningsfull och inspirerande matematik. Trots goda lärmiljöer kommer det alltid finnas elever som hamnar i svårigheter kring matematiken och som behöver stöd i olika former (Lundberg & Sterner, 2009). Om elever inte lär sig de matematiska grunderna kan de få dolda svagheter. Ett exempel på detta är att en elev kan i en given situation skriva rätt svar på en matematisk uppgift men förstår inte matematiken bakom svaret, vilket kan leda till stora problem för eleven i framtiden (Olsson och Forsbäck, 2008). Rönnberg m fl (2001) skriver om traditionell undervisning i västerländska klassrum med tyst räknande i boken, där fokus ligger på rätt svar och att räkna många uppgifter. De menar att elevers möjlighet till att lära sig och förstå matematik försämras då de endast räknar enskilt utan någon matematisk kommunikation med de andra eleverna. 2012 skrev skolverket en rapport *Mer undervisning i matematik* i rapporten beskrev de att den vanligaste undervisningsformen i Sverige var att eleverna räknade enskilt och att läraren gick runt i klassrummet och hjälpte var och en. Skolverket hävdade att en effektiv matematikundervisning måste anpassas till både individ och grupp samt bestå av en variation mellan lärobok, klassrumssamtal och konkret material (Skolverket, 2012). Löwing (2008) menar att läraren för elever i årskurs fyra förutsätter att eleverna redan bemästrar den grundläggande additions- och subtraktionsoperationerna och lägger inte särskilt mycket tid för inlärning av det i sin undervisning.

1.1.2 UTVECKLINGSMÖJLIGHETER

Lundberg & Sterner (2009) skriver om hur matematikundervisningen kan förbättras och utvecklas. En viktig del i förbättringsarbetet är att läraren kompetensutvecklas vilket kan leda till förbättringar på olika nivåer i organisationen. På gruppnivå kan det innebära att läraren ändrar på sitt sätt att undervisa genom att minska på tyst enskilt räknande i boken. Läraren är istället den som leder undervisningen med mer utforskande aktiviteter, grupp gemensamma problemlösningsuppgifter samt olika matematiska samtal. På individnivå kan läraren göra matematiska kartläggningar av elevens starka och svaga sidor för att göra lämpliga anpassningar eller ge rätt stöd till rätt individ. Bentley och Bentley (2011) beskriver hur olika klassrumsstorlekar påverkar elevernas matematikkunskaper, de utgår från undersökningar som gjorts både i Sverige och i USA. I sin undersökning kom de fram till att elever som undervisats i mindre grupper ca 15 elever hade bättre matematik-kunskaper under hela skoltiden jämfört med de elever som undervisats i större grupper. Undersökningen visade även på att det är viktigt att det är en utbildad och kompetent matematiklärare som undervisar eleverna men även att läraren utnyttjar möjligheterna med att ha en mindre grupp. Undersökningen visade även på att om läraren undervisade på samma sätt som om de hade haft en stor grupp eller och om läraren var outbildad påverkade resultatet till det sämre. Författarna menar att lärarens ämnesdidaktiska kunskaper är linjärt med elevernas prestation.

1.1.3 HUR KAN LÄRAREN UNDERVISA?

När en elev på ett tydligt sätt kan berätta om ett matematiskt begrepp anser Lundberg och Sterner (2009) att det är dags att plocka bort det konkreta materialet och låta eleven börja arbeta i den representativa fasen. I denna fas måste eleven använda sig av sina egna erfarenheter som den tidigare fått från det konkreta materialet. Eleven kan nu i stället använda bilder för att lösa uppgifter. Med hjälp av bilder blir det abstrakta mer konkret. Eleverna kan hitta problemlösning strategier som de sedan kan generalisera och använda i nya situationer, samt eleven får en nivå att gå tillbaka till om den abstrakta nivån blir alldeles för svår. Eleverna kan efter att ha en förståelse i den konkreta fasen utveckla förståelse på en mer abstrakt nivå.

I Lundberg och Sterner (2009) beskrivs tre olika undervisningsstrategier för ett gott resultat i matematik *multipla och heuristiska strategier, explicit undervisning och elevens verbalisering. Multipla och heuristiska strategier* innebär att eleven presenteras flera olika lösningsstrategier som den sen under handledning får prova sig fram till och utforska vilken som är mest lämplig genom att upptäcka olika för- och nackdelar. Ett exempel är multiplikationen 9·4 som ger samma värde som 4·9. Eleven visas strategier som 4·10 - 4·1 och 5·4 + 4·4 som ger samma resultat. *Explicit undervisning,* denna form innebär att läraren tänker högt och förklarar varje litet steg när den löser en uppgift. Eleverna skall sedan förklara hur uppgiften skall lösas, denna metod hjälper eleverna att känna igen textuppgifter och vad de skall välja för matematisk metod för att lösa uppgiften. *Elevens verbalisering* här skall eleverna tänka högt samt skriva och rita sina förklaringar. Denna inlärningsmetod hjälper elever som annars är impulsiva och slumpartat väljer tal i uppgiften.

Bentley och Bentley (2011) menar att flera elever bara lär sig att 5+4 *blir* 9, likhetstecknets *dynamiska betydelse.* Dessa elever stöter då på svårigheter när de möter uppgifter som 3+6 = __+5, eleverna svarar då 9 istället för 4. Det är därför viktigt att elever lär sig den *statiska betydelsen* vilket betyder lika mycket och kan användas vid båda uppgifterna. När en elev befinner sig i inlärningsskedet för att räkna addition menar Löwing att det är viktigt att ta reda på vilka strategier eleven använder sig av för att se om de bara går att använda för stunden eller om de går att generalisera. Om eleven bara har strategier som fungerar för stunden kommer eleven att hamna i en återvändsgränd och fastnar i sin matematikutveckling. Det är alltid läraren som ansvarar för att eleven får möjlighet att byta ut mindre lämpliga strategier mot strategier som är mer användbara. Hon påpekar att det är viktigt att eleverna får lära sig de 36 kombinationerna i lilla additionstrianglen. Att läraren behöver lägger tid på denna kunskap elevernas tidiga skolår då eleverna kommer att möta dessa kombinationer under sin skolgång. Ju svårare en elev har för matematik desto viktigare är det att den lär sig additionstabellerna utantill för att inte behöva belasta sitt arbetsminne vid svårare uppgifter. För de eleverna som inte behärskar tabellerna blir arbetsminnet överbelastat och de gör mycket oftare räknefel (Löwing, 2008).

1.1.4 SVENSKA MATEMATIKRESULTAT

När jag undersökte högstadieelevernas grundläggande matematikkunskaper i addition och subtraktion kom jag i analysen fram till att det inte fanns någon skillnad på kunskapen som eleverna hade i de olika årskurserna. Jag drog då slutsatsen att de bristande kunskaper som eleverna hade i sexan troligtvis fanns kvar genom hela högstadiet. Undersökningen visade på att det var en stor andel av eleverna som inte kunde generalisera sin kunskap och fick problem med uppgifter som innehöll tvåsiffriga tal. Elever som inte har automatiserat eller har strategier som gör att de snabbt kan plocka fram tex talkamraterna belastar sitt arbetsminne och gör flera fel när de tvingas lösa uppgiften i flera steg. Undersökningen visade även på att flera av eleverna inte kunde se sambanden mellan addition och subtraktion och gjorde då väsentligt fler fel på subtraktionsuppgifterna än additionsuppgifterna i samma talområde. Slutsatsen var att flera av eleverna inte har fått rätt eller tillräckligt med hjälp under sin skoltid för att befästa de begreppen och se sambandet mellan dem (Wideheim, 2013).

Skolverkets senaste rapport kring rikets resultat för de nationella proven i matematik visade inte på någon större skillnad mellan flickor och pojkars resultat i någon av årskurserna (Skolverket, 2015). Analysen från årskurs tre av nationella provresultat 2011 visade att föräldrarnas utbildningsnivå spelade en stor roll för elevernas resultat. Eleverna som jämfördes hade föräldrar med utbildningsnivå högst grundskolenivå jämfört med elever vars föräldrar som har högskolenivå. Resultatet skilde sig från färre än hälften till nästan 80 % som klarade alla sju delproven (Skolverket, 2011).

Skolverket har även i sin senaste analys gjort jämförelse av de som klarade nationella provet i matematik, det vill säga som fick provbetyget E-A. De har tittat på föräldrarnas utbildningsnivå samt om eleverna är födda i Sverige, invandrat före skolstart eller nyinvandrade. Nyinvandrade räknas de elever som flyttat till Sverige inom de fyra senaste åren.

1.2 Styrdokument

1.2.1 KURSPLAN I MATEMATIK

Enligt Skolverket (2017) är syftet med att undervisa i matematik att eleverna utvecklar matematiska kunskaper som de kan använda i sin vardag och i andra ämnen. Genom undervisningen skall eleverna få förtrogenhet kring olika matematiska begrepp, metoder och hur de används. Min erfarenhet är att undervisningen på högstadiet enbart handlar om nya moment som eleverna inte kan sedan tidigare och att läraren sällan eller aldrig undervisar eleverna om den mest grundläggande matematiken. De eleverna som inte har automatiserat grundläggande matematikkunskaper som additions- och subtraktionstabellerna lämnas under högstadiet åt egen inlärning av denna kunskap.

1.2.2 CENTRALT INNEHÅLL

I det centrala innehållet i matematik finns rubriken *Taluppfattning och tals användning* för alla tre stadierna 1–3, 4–6 samt 7–9. Under årskurserna 1–3 står det att eleverna skall få undervisning om hur de använder, delar upp, anger antal och ordning samt vilka egenskaper de naturliga talen har. Det är dels i dessa årskurser eleverna skall undervisas om huvudräkning med de fyra räknesätten och hur sambanden är mellan dem. Även i det centrala innehållet i 4–6 skall eleverna undervisas i de fyra räknesätten i hur de gör beräkningar med hjälp av huvudräkning. För årskurserna 7–9 skall undervisningen handla om reella tals egenskaper och hur de används i vardagen och matematiska situationer (Skolverket, 2012). De elever i årskurs 7–9 som inte har automatiserat eller har goda strategier för hur de effektivt löser uppgifter som 75-8, utan att behöva ta till fingerräkning för att underlätta arbetsminnet. Dessa elever har redan stannat i sin matematiska utveckling när det kommer till huvudräkning för denna typ av räknesätt. Eleverna på högstadiet som saknar denna kunskap behöver få möjlighet under grundskoletid till ny- eller ominlärning utanför den ordinarie undervisningen.

1.2.3 SAMMANFATTNING AV BAKGRUND OCH STYRDOKUMENT

I mitt tidigare arbete som specialpedagog och speciallärare i matematik är min erfarenhet att eleverna som inte har de grundläggande kunskaperna i matematik heller inte får undervisning kring denna kunskap under högstadiet. I mitt arbete med intensivträning av de grundläggande matematikkunskaperna hos elever på högstadiet har jag sett mycket goda resultat av elevernas kunskapsutveckling. Dock har jag inte haft möjlighet att följa upp dessa elevers fortsatta kunskapsutveckling. Enligt Löwing (2008) är det särskilt viktigt för eleverna med matematiksvårigheter att lära sig additionstabellerna utantill då de inte behöver belasta sitt arbetsminne vid svårare matematikuppgifter. Eleverna som går på högstadiet och fortfarande använder sig av fingerräkning behöver få möjlighet till ny- eller ominlärning för att befästa kunskapen och inte belasta sitt arbetsminne.

1.3 Syfte

Syftet med detta arbete är att studera om elever utvecklas matematiskt genom intensivundervisning som bygger både på samtal och diskussioner samt färdighetsträning av en mindre grupp elever som saknar grundläggande kunskaper i matematik ger för eleverna i årskurs åtta.

- Går det, med ett skriftligt test, att mäta skillnaden på elevernas kunskap i talområdet 1 – 99 innan och efter tre veckors träning?
- Hur förändras elevernas testresultat på de olika talområdena?
- Hur förändras elevernas testresultat på de olika delområdena?
- Kan eleverna lära sig uppgifter där de behöver generalisera genom att endast öva på grundläggande kunskaper?

1.3.1 DEFINITION AV CENTRALA BEGREPP

Intensivträning i denna undersökning menas att eleverna under en kortare tid övar på ett delområde som de ännu ej har befäst. Eleverna genomför detta utöver ordinarie lektioner flera gånger i veckan under pass om 20 minuter.

Med *mindre undervisningsgrupp* menas antalet elever i gruppen som undervisas av en resurs under ordinarie lektion.

2 KUNSKAPSBAKGRUND OCH TEORETISKT PERSPEKTIV

2.1 Tidigare forskning

I följande avsnitt ges en översikt av den teoretiska bakgrunden för studien. Först presenteras den tidigare forskning som finns i området därefter beskrivs mitt val av teoretiskt perspektiv. Inledningsvis beskrivs effekten av intensivundervisning när det gäller läsinlärning och matematik och vad som ger ett lyckat resultat. Därefter om hur kunskapsutvecklingen i matematik ser ut. Följt av effekten med undervisning i mindre grupp och slutligen hur eleverna kan hamna i matematiksvårigheter.

2.1.1 INTENSIVUNDERVISNING

Wolff (2011) har gjort en undersökning kring elevers läsinlärning där hon studerat elever som behöver utveckla sin fonologiska förmåga och sin förmåga att avkoda. Eleverna delades in i två olika grupper en som fick intensivträna och en kontrollgrupp. Gruppen som fick intensivträna på svårigheter av olika slag, tränade 40 minuter per dag under en tolv veckors period utifrån ett strukturerat program. Eleverna i kontrollgruppen fortsatte att ha traditionell speciallärarundervisning. Eleverna i gruppen som fick intensivträna visade på ett bättre resultat vad gällde läsförmåga både direkt efter men även efter ett år jämfört med den andra gruppen. Wolff menar att samma typ av träning fungerar på elever oavsett ålder om deras svårigheter är detsamma. Hon påpekar även vikten av att en svårighet i taget presenteras för eleven för att få bästa resultat. En viktig del av denna typ av undervisning är att eleverna inte bara ges möjlighet att bli bättre de ges även möjlighet att komma ifatt sina jämnåriga klasskamrater.

Lundqvist mfl (2011) skriver om vilket gott resultat intensivträning i matematik ger då intensivträning var i 10 – 11 veckor och pågick 40 minuter fyra dagar i veckan. Eleverna har i första hand haft intensivträning utanför sin vanlig matematikundervisning. Författarna menar att det finns några grundprinciper för att intensivträningen skall ge ett lyckat resultat:

Arbetets grundprinciper:

- Elevens engagemang och arbetsinsatser
- Ett nära samarbete mellan klasslärare och intensivlärare
- Ett nära samarbete med hemmen

- Undervisningen utgår från återkommande analyser av elevens kunskaper
- Undervisningen bygger på forskning och beprövad erfarenhet
- Undervisningen ges av en lärare som är behörig att undervisa i matematik i den aktuella åldersgruppen

(Lundqvist mfl, 2011, s 44)

Under intensivträning finns det möjlighet att fånga upp varje elev där de är och utmana dem på rätt nivå. Det finns möjlighet att diskutera mer effektiva strategier och samtala om eventuella missuppfattningar som eleven har. I undersökningen använde de sig av materialet *Förstå och använda tal* för att kartlägga vilka av eleverna som var i behov av intensivträning. Eleverna fick göra om samma test efter intensivträningen var genomförd och resultatet blev att eleverna ökade sina resultat med 30 %. Eleverna visade även på ett större engagemang i sin matematikinlärning samt en positivare attityd till matematikämnet (Lundqvist mfl, 2011).

2.1.2 KUNSKAPSUTVECKLING I MATEMATIK

Bentley och Bentley (2011) beskriver den tidiga matematiska utvecklingen hos ett barn då de vid två års ålder kan urskilja ett mindre antal genom att bara titta på det. Vanligast kan vi människor urskilja fyra olika objekt sen får vi räkna oss till resten. Nästa steg i utvecklingen är att barn börjar att ramsräkna, och så småningom förknippa talorden till antal. Olsson och Forsbäck (2008) beskriver den stora räknefällan och menar att det är viktigt att eleverna tidigt lär sig matematiska strategier vid huvudräkning som de senare kan generalisera. Både Bentley och Bentley (2011) samt Olsson och Forsbäck (2008) ger exempel på är när elever lär sig räkna, exempel 4+3. De börjar med att ta fram eller räkna fyra föremål för att sen lägga till tre till, de räknar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Nästa steg är att barnet börjar på 4 och lägger till de tre sista 5, 6, 7. Bentley och Bentley (2011) beskriver även hur barnet, senare i utvecklingen, när den inte längre behöver konkret material, börjar förstå att det går att dela upp ett tal i flera delar, så kallade talkompisar. Exempelvis kan talet 7 kan delas upp i 2 och 5 samt 3 och 4. Samtidigt lär sig barnet att talen har grannar och grannars grannar samt dubblor. Olsson och Forsbäck (2008) påpekar att de eleverna som inte kommer vidare i sina strategier och räknemetoder behöver ofta använda fingrarna för att lösa uppgiften. För dessa elever kommer svårigheten när det handlar om tvåsiffriga tal som 24+35. Har eleverna inga andra strategier än fingerräkning för att lösa ensiffriga tal möter de stora problem då den strategi upphör att fungerar när fingrarna inte längre räcker till. Eleverna har en stor fördel av att automatisera talkamrater för att två och tresiffriga tal inte skall ta upp för mycket av deras arbetsminne. För de eleverna som snabbt kan ta fram talkamraterna ur minnet och kan sen göra generaliseringar för att lösa två- och tresiffriga tal belastar inte sitt arbetsminne.

När eleven skall lära sig addition kan de börja med att addera med 1, tex 3+1 osv. För de elever som behärska talraden är detta ett enkelt steg. Nästa steg är att lära sig den kommutativa lagen, vilket innebär 1+3 osv. När elever har lärt sig den första additionen blir inte nästa additions steg svårare. Eleverna har nu lärt sig 15 av de 36 kombinationerna i den lilla additionstrianglen (se bilaga 4, Additions- och subtraktionstriangeln). Nästa steg är att lära eleverna grannens granne det vill säga +2; tex 3+2 = 5, dessa brukar eleverna lätt känna igen om de känner igen grannen, +1. Därefter kommer åter igen den kommutativa lagen 3+2 = 2+3. När eleverna har lärt sig dessa finns det 10 kombinationer kvar att lära sig, vilket är dubblorna; 3+3 samt dubblorna +1; 3+4. Om eleven utgår från 4+4 kan eleven ta ett från den ena och ger till den andra vilket ger kombinationen 3+5. Den sista kombinationen är 3+6 vilket kan räknas som 3+3+3. När eleverna har strategierna klart för sig behöver dessa kombinationer färdighetstränas så eleverna får upp en snabbhet i sitt tänkande. När eleverna sen skall lära sig additioner med tiotalsövergångar kan de utnyttja redan befäst kunskap och även använda sig av kunskapen om tiokamraterna, ex 6+7, tiokompisarna 6+4 = 10 och dela upp tal 4+3 = 7. När eleven sen kombinerar dessa två kunskaper får den: 6+7 = 6+(4+3) = (6+ 4)+3 = 10+3.

Vidare bör eleverna även lära sig subtraktionstabellerna utantill för att kunna räkna med flyt och inte fastna när de kommer till större talområden. Eleverna kan använda den kunskap de har från additionstabellerna då subtraktion är en invers till addition, tex 4+3 = 7 och 7-4 = 3. Det är viktigt för att eleverna skall få ett flyt i sin subtraktionsräkning och inte bara lära sig att ta bort utan att subtraktion kan beskriva tre olika händelser; ta bort, lägga till och jämföra. För att det skall räknas som att eleven behärskar subtraktions-operationer innebär det att de även kan tillämpa subtraktion i decimalform, i bråkform och med negativa tal. Elevernas grundkunskaper inom talområdet 0–100 undervisas oftast bara under de första skolåren (Löwing, 2008). För att det skall bli en matematisk kunskapsutveckling är abstraktion en viktig del. Abstraktion innebär att eleven först måste lära sig olika matematiska modeller som sen leder till ny kunskap och när matematiken blir mer generell behöver de inte längre konkretiseringen (Skolverket, 2010).

2.1.3 MATEMATIKUNDERVISNING

1.1.1.1 Undervisning av elever med matematiksvårigheter

Enligt Ahlberg (2001) behöver elever med matematiksvårigheter främst få lära sig nya strategier för att förstå och inte träna mer på det de inte förstått. Engström (2003) menar på att det inte finns någon forskning som visar på att olika undervisningsmaterial eller metoder behövs för elever med allmänna jämfört med specifika matematiksvårigheter.

1.1.1.2 Mindre undervisningsgrupper

Elevers egen beskrivning av specialundervisning handlar oftast om undervisning utanför klassrummet enskilt eller i mindre undervisningsgrupp. De beskriver en undervisning som är mer tillåtande och har mer överseende för olikheter. Eleverna upplever att de får mer lugn och ro, hjälp och uppmärksamhet i den lilla gruppen till skillnad från klassrums-undervisningen (Holmberg m.fl. 2005). Det finns flera undersökningar som visar på att en-till-en undervisning som varar under en kortare tid har varit mycket effektiv. Läraren lyckats då under en längre stund än vad den vanligtvis gör i klassrumssituationen få eleven engagerad och fokuserad. Detta gäller i synnerhet när elever arbetar med aritmetikens grunder, då det krävs koncentration och där direkt stöd och feedback från en vuxen kan vara nödvändig för att eleven ska bibehålla sitt fokus. När läraren jobbar med en elev under dessa former får eleven omedelbar bekräftelse eller korrigering som blir mycket effektivt för att använda bra strategier och undvika felaktiga arbetssätt (Lundberg & Sterner, 2009).

Det är en rättighet att som elev få delta i den sociala gemenskapen på sina egna villkor (Ahlberg, 2001). FN:s standardregler har som syfte att flickor, pojkar, män och kvinnor med funktionsnedsättning ska ha samma rättigheter och skyldigheter som alla andra medborgare. Syftet är även att uppmärksamma eventuella brister i utbildningen som skulle kunna hindra att alla kan delta på lika villkor (FN, 2005). Enligt Andersson och Thorsson (2007) har alla elever rätt till att vara delaktiga då alla är lika värda och menar att eleverna som tillhör en klass och finns med på klasslistan känner oftast större tillhörighet, även om vissa av eleverna undervisas i mindre grupper eller enskilt.

Persson (2005) utrycker att de elever som lärare upplever som svårast att undervisa är elever med beteendeproblematik, framför allt när elevgrupperna blir allt för stora. Sandén (2000) menar att när lärare kategoriserar funktionsnedsättningar kan diagnosen ibland användas som en anledning till en elevs bristande studieresultat. Risken med denna kategorisering är att det då fokuseras mer på elevens svagheter än på elevens styrkor och möjligheter.

2.1.4 MATEMATIKSVÅRIGHETER

Räknesvårigheter kan ha fler olika bakomliggande orsaker, dels kan det bro på att eleven har fått bristfällig undervisning antingen på grund av frånvaro eller för att lärarens kompetens inte varit tillräckligt god. Elever behöver mycket tid för övning för att tillgodogöra sig denna grundläggande matematikkunskap. Det kan även vara att eleven trots god undervisning har svårigheter då den har problem med att hantera tal och antal. Eleven kan ha svårt med taluppfattningen, svårt med att automatisera eller att det tar lång tid att plocka fram talfakta från minnet (Lundberg & Sterner, 2009). De elever som fortfarande är i behov av att använda fingrarna när de passerat andra och tredje klass halkar efter sina klasskamrater och utvecklar inte samma förmågor. Elever som vet att 6+6 är tolv kan lätt använda denna kunskap för att lösa liknande problem som 6+7 genom att ta 6+6+1. För elever som automatiserat eller lätt kan hämta matematiskinformation från minnet utvecklar förståelse för den abstrakta matematiken och kan göra generaliseringar (Gersten m fl, 2005). Det är viktigt att elever förstår sambandet mellan talets *sifferkod* och *språkkod.* I det svenska språket har vi ett särskilt yttryck för talen elva, och tolv vilket kan ställa till det för vissa elever. I svenskan säger vi även tex sjutton, där vi säger ”sju” innan ”ton” till skillnad från de talen som är större än 20 tex 27 ”tjugosju”, då vi inte längre byter plats på siffrorna (Bentley & Bentley, 2011).

Bentley och Bentley (2001) upplever att de flesta elever inte har några problem med räknelagarna och de känns naturlig för dem kommutativa lagen, a+b = b+a och a·b = b·a här spelar inte ordningen någon roll utan svaret blir det samma. Problemet är när eleverna även använder samma tankesätt vid subtraktion, det förekommer både i undervisningssammanhang och i läroböcker att principen *alltid ta det största först* används. Denna metod stöter på problem redan vid tiotalsövergångar som tex 51-49, de elever som använder sig av att beräkna var talsort för sig för då fel som *50-40 = 10*, ***1-9 = +8****,* som ger *10+8 = 18;* 51-49 = 18. Enligt Lundberg och Sterner (2009) måste eleven för att få goda färdigheter i matematik vara uppmärksam, koncentrerad och uthållig samt ha ett gott arbetsminne.

Lundberg och Sterner (2009) menar att den största svårigheten för en person med dyskalkyli är taluppfattningen samt att ha en mental tallinje. De menar att en person med dyskalkyli även har svårigheter med att förstå antal och att antalet går att dela upp i olika delar. Många har även problem med det abstrakta som att förstå år och önskningar.

Engström (2003) beskriver fyra olika förklaringsmodeller till varför elever misslyckas i matematiken: Den första är av *medicinsk/neurologisk* förklaring där eleven har tex en hjärnskada eller annan fysisk eller psykisk funktionsvariation. Den andra är *psykologiska* förklaring vilken beskriver elever som har olika kognitiva svårigheter som ångest eller koncentrationssvårigheter. Den tredje förklaringen är *sociologisk* där elever befinner sig i en understimulerad miljö. Den fjärde och sista förklaringen till varför elever hamnar i misslyckanden i matematiken är *didaktisk* vilken menas med att undervisningen inte har varit tillräckligt bra till exempel enbart mycket färdighetsträning.

I TIMSS undersökningen 2007 framkom det att elever gör två olika typer av misstag, strukturella och individuella misstag. Strukturella misstag kännetecknas av att flera elever i en grupp gör samma misstag. Orsaken till dessa misstag är missuppfattningar som råder på grund av bristfällig undervisning och är något som måste korrigeras i undervisningsgruppen. De individuella misstagen är misstag som just den individen gör och som bör hanteras individuellt (Bentley & Bentley, 2011).

2.1.5 Sammanfattning av Undervisning

Den tidigare forskningen visar att det finns flera olika anledningar till att en elev har bristfälliga kunskaper i matematik som både kan bero på undervisning, frånvaro samt elevens förmåga att förstå tal och antal. För de elever som fortfarande använder sina fingrar efter årskurs tre utvecklar inte samma matematiska färdigheter som sina jämnåriga kamrater. Dessa elever behöver även använda sitt arbetsminne för att utföra lätta räkneoperationer och gör då till större del fel när det kommer till svårare uppgifter. Stora delar av de första skolåren används till att eleverna skall först och behärska additions och subtraktionstabellerna. Genomgången av tidigare forskning visar att de elever som av någon anledning inte lär sig dessa grunder under lågstadiet undervisas sällan eller aldrig om detta igen och har med sig samma bristfälliga kunskap genom hela grundskolan. För dessa elever är intensivträning en effektiv metod att ta igen missad kunskap så att de kommer ifatt sina jämnåriga kamrater. Eleverna behöver undervisas utifrån sin kunskaps-nivå för att behärska den grundläggande taluppfattningen och förstå matematiken. Eleverna behöver få en ny- eller ominlärning tillsammans i en mindre grupp av elever som med hjälp av en lärare beskriver och diskuterar olika matematiska strategier.

2.2 Teori

Mitt val av teori bygger på hur elever lär sig och utvecklas till nästa nivå. Att elever lär sig genom samtal med andra då de måste förklara och sätta ord på sina matematiska tankar. Att elever lyssnar på andra och då kan köpa in oss på deras strategier. Kunskapen behöver vara i svårighetsgrad att eleverna klarar av det med lite hjälp av någon annan. Denna teori kanske ger min undersökning möjlighet till ökad förståelse av hur eleverna lär sig av varandra och hur deras kunskaper bland annat bygger på ett matematiskt resonemang som kan förändras och utvecklas. Eleverna kommer att intensivträna de färdigheter inom talområdet som de ännu inte behärskar och kan använda med flyt.

2.2.1 SOCIOKULTURELLT PERSPEKTIV

Säljö (2010) beskriver det sociokulturella perspektivet där språket är en länk mellan människan och dess omgivning. Att vi människor samlar på oss erfarenheter om omvärlden via språket. Detta leder sen till att vi får nya erfarenheter men även att vi förändrar vårt sätt att tänka. När vi samtalar med andra får vi också tillgång till deras tankar och idéer som gör att vi utvecklas och förstår nya situationer på ett bättre sätt.

Vygotskij menar att lärandet utifrån ett sociokulturellt perspektiv, är där varje elev/ människa lär sig av det omgivningen bjuder på. Han menade att för någon skall lära sig att läsa och få en god språkutveckling måste det finnas böcker. Varje människa påverkas av den kultur de växer upp i, då ingen föds med en läsfärdighet och ett språk. Det är via aktiviteter barn lär sig och utvecklar ett språk, sina tankar och problemlösningsförmåga. Det innebär att barn lär sig av vad det gör och inte vad de har i huvudet (Strandberg, 2006). Enligt Vygotskij kan vi i skolan erbjuda och påverka barnets kunskaper men att det är eleven själv som sätter sina mål. Han uttryckte även att barnet är beroende av sitt språk för att utvecklas kognitivt (Høines, 2008). Enligt mig är en viktig del av det sociokulturella perspektivet samspelet mellan språk och praktik där vi lär oss när vi arbetar tillsammans med andra för att sedan kunna klara det helt själv. Vygotskij menade att det inte finns någon anledning att vänta på att barnet har en viss mognas nivå. Utan han menade istället att utvecklingen sker hos en individ i möte med andra människor och situationer som ger personen en något för stor hatt (Strandberg, 2006).

2.2.2 PROXIMALA UTVECKLINGSZONEN

Vygotskij beskriver lärandet utifrån två olika utvecklingszoner där eleven förts befinner sig i den ena men är på väg för att sen övergå till den andra. Den första zonen, den aktuella zonen är där eleven befinner sig med den kunskap som den redan har och förstår. Den andra zonen, den proximala zonen är där eleven erbjuds nya kunskaper och utmaningar som är lite svårare än redan etablerad kunskap och som eleven klarar med lite hjälp. Det är viktigt att det finns kopplingar till elevens egna mål för att en elev skall förflytta sig från den aktuella till den proximala zonen (Høines, 2008). Strandberg (2006) Menar att det är viktigt att det finns ett tydligt samspel mellan språket och praktiken då de tillsammans blir nyckeln till att förstå nästa nivå och utvecklas från en lägre till en högre nivå. Han beskriver även att när olika kunskaper sammanträffar och möts som vardagliga, konkreta och spontana kunskaper tar den intellektuella kunskapen ett språng. När sen den intellektuella kunskapen sammanfaller med vetenskapen sker ett kvalitativt språng i utvecklingen. Den proximala nivån är där barnet utmanas på en nivå att den inte på egen hand utan kräver lite hjälp av en kamrat, förälder eller lärare för att lyckas med uppgiften.

2.2.3 SPRÅKET OCH SAMSPELETS ROLL I MATEMATIKEN

Dysthe (1996) beskriver det flerstämmiga klassrummet där läraren skapar en god lärmiljö för sina elever genom att det finns ett samspel mellan muntliga och skriftliga aktiviteter och där eleverna görs delaktiga i sitt lärande. Hon menar att denna undervisningsmodell leder till att eleverna utvecklas tillsammans, skapar förmågan att lyssna på andra och ges möjlighet till att se andras perspektiv och synsätt. Dylan Wiliam uttrycker att de elever som deltar i olika klassrumsdiskussioner blir mer framgångsrika och utvecklar sina förmågor medans de elever som avstår att delta missar denna möjlighet (Wiliam, 2013). Elever som i sin vardag får möjlighet att samtala om olika matematiska begrepp utvecklar förståelse för grundkunskaper i matematik genom att koppla samtalen till sina tidigare erfarenheter. När eleven måste samtala om något tvingas den samtidig att sätta ord på sina tanka för att göra begreppsorden till sina egna. När eleven gör detta utmanar den samtidigt sina tidigare idéer och tankar. Detta till skillnad från de elever som endast hör läraren säga eller själv bara läsa begreppen (Olsson & Forsbäck, 2008). Alberg (2001) skriver att elevers tankar och idéer utvecklas och utmanas när elever får möjlighet att samtala i grupp, vilket kan leda till att deras tidigare uppfattning förändras. När elever får ge utryck för sina egna tankar eller lyssna på andra elever tankar, kan dessa samtal leda till att eleverna upptäcker andra lösningsförslag eller strategier som kanske till och med är bättre än deras egna.

2.2.4 SAMMANFATTNING AV TEORIN

Elever lär sig när de får samspela tillsammans med andra och när de får utmaningar som är lite svårare än vad de tidigare klarat av. En god lärmiljö innefattar ett samspel mellan muntliga och skriftliga aktiviteter och där eleverna är delaktiga i sitt lärande. I denna lärmiljö finns det möjlighet för eleverna att lyssna på andra och på så sätt få tillgång till nya tankesätt och matematiska verktyg som är mer effektiva.

3 METOD

Jag har delvis använt mig av både en kvasiexperimentell och en tvärsnittsdesign för att se vad som händer med elevernas matematikutveckling efter intensivträning i grupp. Kvasiexperimentell design innebär att eleverna inte valts ut slumpvis (Bryman, 2008), utan efter vilka elever som visade lägst resultat på uttagningstestet. Tvärsnittsdesign då jag använt mig av ett testformulär för att vid senare tillfälle analysera och hitta samband och mönster (Bryman, 2008). Jag har inte använt mig av fullt ut av experimentell design, då det krävs både en undersökningsgrupp samt en kontrollgrupp som inte genomför intensivundervisningen (Bryman, 2008). Anledningen till att jag valde att inte ha någon kontrollgrupp i denna undersökning är då jag vid min tidigare undersökning (Wideheim, 2013), tydligt såg att elever inte utvecklade sina grundläggande matematikkunskaper i den vanliga undervisningen under högstadiet. Jag anser därför att undersökningen inte behövde en specifik kontrollgrupp vid detta tillfälle utan att jag ändå kan se om intensivträningen i sig ger ett positivt resultat.

Jag vill undersöka om elever på högstadiet som ännu inte har flyt i sin grundläggande additions och subtraktions kunskaper kan utveckla denna förmåga genom att i en mindre grupp intensivträna dessa moment. Undersökningen kommer att ske på en svensk skola i södra Sverige med tillstörsta delen svenskfödda elever med god socioekonomiska hemförhållanden. Min tanke med denna undersökning är hur jag som specialpedagog kan arbeta för att vi på skolan använder resurserna på ett så effektivt sätt som möjligt för att få eleverna att utvecklas på bästa sätt.

Jag kommer i denna undersökning endast titta på om eleverna utvecklar en kunskap med flyt och om de genom detta sen kan generalisera sina kunskaper till svårare uppgifter. Jag kommer att titta på deras kunskaper direkt efter det att de genomfört intensivträningen samt om denna kunskap finns kvar sex veckor senare.

3.1 Kartläggningsmaterial – Diamant

Jag har valt ett färdigt material vid namn Diamant som är utformat av Madeleine Löwing och Marie Fredriksson (se Bilaga 2, Diagnosernas delområden). Detta är ett material som skolverket tillhandahåller och som finns både i pappersform och i digitalform. Jag kommer att använda mig av den digitala formen samt en hemsida som heter Kikora.

Kikora har fått i uppdrag av Skolverket att utveckla ett digitalt material för Diamantdiagnoserna. Diamantmaterialet är utvecklat efter att läraren skall kunna kartlägga elevers grundläggande matematikkunskaper (Löwing & Fredriksson, 2009). Jag har valt att använda fyra olika test som kartlägger elevernas grundläggande kunskaper i addition och subtraktion. Varje test är sen uppdelad i mindre delar om sex. Jag kommer sedan bedöma elevernas kunskap efter hur många rätt eleverna har i varje delområde samt vilken tid varje test tar för eleven att genomföra. Fördelen med att eleverna gör uppgifterna digitalt är att tiden och antal rätt bedöms likadant. Fördelen med att eleverna skriver på datorn är även att jag inte behöver gissa och tolka vilken siffra eleven har skrivit. Nackdelen med att göra testen digitalt är att det tekniska måste fungera och eleverna har heller inte möjlighet till att titta igenom sina svar och ändra. Valet av diagnosmaterialet Diamant är för att den är systematiskt uppbyggt och där är sex uppgifter som testar samma sak och materialet blir då lättare att analysera och se samband. Diagnosmaterialet har jag använt vid tidigare studie och jag kunde då se en stor skillnad mellan de olika delarna.

3.2 Urval av informanter

Undersökningen kommer att först genomföras på 56 elever i årskurs åtta, av de 56 kommer sex elever att erbjudas intensivträning i ca tre veckor. Jag kommer att träffa elevgruppen tre gånger i veckan i ca 20 minuter och eleverna kommer att ha hemuppgift att självständigt träna två andra dagar i veckan. Eleverna går på samma skola och den första delen av undersökningen kommer att genomföras på en ordinarie lektion. Samtliga elever och föräldrar till eleverna har gett sitt godkännande till att eleverna skall delta i undersökningen. Sex elever genomförde den del av undersökningen som bestod av intensivträning. Samtliga sex elever var tjejer men kom från två olika klasser, tre från varje klass. Av de sex elever som valdes ut, var det fyra elever med flest antal fel samt två elever vars tid var långt över den rekommenderade tiden för proven. Ingen elev fick genomföra testet i efterhand, vilket innebar att de som inte var närvarande vid första testtillfällen inte hade möjlighet att vara med vidare i undersökningen.

3.3 Genomförande

Samtliga elever i årskurs åtta genomförde de fyra matematiska test som denna undersökning har utgått ifrån. Eleverna svarade via en interaktiv tjänst som Kikora tillhandahåller. Med hjälp av denna tjänst kunde jag, som lärare, tilldela testet till utvalda elever vid en bestämd tid. Dessutom ingår i tjänsten att testet rättades och resultaten för varje elev sammanställdes. Eleverna läste i två olika grupper och genomförde testet vid två olika tillfällen dagarna efter varandra under ordinarie lektion. Jag medverkade vid båda testtillfällena för att kunna svara på eventuella frågor kring genomförandet. Eleverna gjorde alla fyra testen vid samma testtillfälle och varje test tog allt ifrån två till tio minuter att genomföra. Det är viktigt att testfrågorna i en undersökning inte är för många så att undersökningen inte blir för lång. Risken finns om undersökningen är för lång att undersökningspersonerna tröttnar och forskaren får inte ut de variabler som skall undersökas. Även layouten spelar en stor roll för att de som testas skall vara så fokuserade som möjligt (Eliasson, 2010).

Jag valde att använda mig av datorn dels för att det var självrättande men framförallt för att det då inte gick att göra några misstolkningar av de skrivna siffrorna. Eleverna som genomförde testet var vana vid att skriva på dator och har gjort liknande test på dator tidigare. Efter första testomgången valde jag ut sex elever vars kunskaper inte nådde upp till förväntad nivå för åldern. Jag tittade både på antalet fel eleverna gjorde men även på om det fanns elever som inte höll sin inom den rekommenderade tiden för testet. Jag valde ut de elever som gjorde flest fel samt de som tog längst tid på sig för att genomföra testet. De elever som kvalificerade sig för att vara med i intensivträningen erbjöds att träna de grundläggande kunskaperna på skolan tillsammans med mig och de andra deltagarna. Eleverna deltog i tre veckor med tre träningstillfällen per vecka, så totalt nio tillfällen. Varje träningstillfälle varade 20-30 minuter. Förutom dessa träningstillfällen som var förlagda på skolan under skoltid, fick eleverna dessutom till uppgift att träna själva hemma två tillfällen i veckan ca 20 minuter. Alla sex elever var närvarande vid alla nio tillfällen.

Test materialet bestod av fyra olika test som testar addition och subtraktion inom talområdet 1–99 med och utan tiotalsövergångar. Varje diagnos var uppdelad i sex deluppgifter som testade ett specifikt kunskapsområde. Sex elever valdes ut till att få genomföra intensivträningen, tre tillfällen i skolan och två tillfällen ensamma hemma. Tillfällena i skolan var på en håltimme, innan skolan började samt på en mentorstid. Vid tillfällena i skolan var alla sex eleverna tillsammans. Dessa sex elever testades om med samma diagnoser både direkt efter att intensivträningen var klar samt efter ytterligare sex veckor.

Intensivträningen var upplagd efter att jag som lärare gick igenom ett delområde i taget och vi samtalade i grupp om olika strategier som eleverna kunde använda sig av när de stötte på denna typ av uppgifter. Under träffarna genomfördes matematiska samtal dels mellan eleverna och dels styrt av mig som lärare. De första två veckorna så började undervisningen med att jag noga gick igenom hur eleverna kan tänka för att lösa de matematiska uppgifterna. Mitt syfte med att i början av varje tillfälle ge eleverna nya strategier och verktyg var för att de skulle förstå och komma ihåg hur de kan tänka innan de har automatiserat additionen eller subtraktionen. Genomgången var upplagd efter tankarna om hur elever bäst lär sig matematik som jag beskrivit i kapitel 2.1.2 kunskapsutveckling i matematik. Andra halvan av träningstillfället fick eleverna själva träna på de moment som vi gått igenom, som efter han utvecklades och steg i svårighetsgrad. Eleverna fick under andra halvan av träningstillfället själv välja vilka moment de ville träna på antingen additions- eller subtraktionsuppgifter men även på vilken svårighetsgrad tex med eller utan tiotalsövergångar. Medans eleverna färdighetstränade så samtalade de även med varandra om hur de tänkte för att komma ihåg de olika uppgifterna. Efter genomgången fick eleverna färdighetsträna sina kunskaper både enskilt med även två och två för att stötta varandras inlärning. Eleverna färdighetstränade med hjälp av winnetakort (uppgiften står på ena sidan och på baksidan står uppgiften och svaret). Först arbetade vi med additionstrianglen 1 (se bilaga 4) sen när eleverna kände sig säkra på den gick vi över till subtraktionstriangeln 1. Därefter följde vi samma rutin med genomgång och diskussioner och färdighetsträning av alla additions- och subtraktionstabeller. Eleverna gjorde inga övningar med generaliseringar av tabellkunskaperna. Efter första veckan fick eleverna färdighetsträna med alla delar vi hittills hade jobbat med. Eleverna fick var sin uppsättning med winnetakort av de olika tabellerna för att öva på hemma. De tre sista tillfällena som vad den tredje veckan hade vi inga nya genomgångar utan då fick eleverna färdighetsträna hela träningstillfället.

3.4 Studiens tillförlitlighet

Med studiens validitet menas att undersökningen testar det som skall testas och men tillförlitlighet menas att test uppgifterna mäter det man vill att de skall mäta. I test materialet jag använde mig av var frågorna systematiska och de täckte in det jag avsåg att undersöka. Det var viktig för mig att säkerställa detta så att undersökningen skulle bli så noggrann som möjligt eftersom att det är viktigt att undersökningen blir noggrann från början då jag inte kan ändra på något i efterhand (Eliasson, 2010). Lantz (2007) menar att med hjälp av strukturerat test material kan undersökningen utgå från att olika fenomen är definierade. Testfrågorna är på förhand utformade för att undersöka ett visst fenomen eller som i detta fall begrepp. Denna typ av undersökning bidrar till svaret på hur mycket av och på vilket sätt som undersökspersonerna kan begreppen innan, och efter genomförd intensivträning. Av tre olika testtillfällena genomfördes de två sista testen på samma veckodag samt samma tidpunkt på dagen med fyra veckors mellanrum, medans det första testet genomfördes på en annan veckodag samt annan tidpunkt under dagen. Samtliga tre test skedde under slutet av vårterminen med som mest 10 veckors mellanrum.

För att undersökningen skall ha så hög tillförlitlighet som möjligt har jag fokuserat på tre olika delar; test materialet, intensivträningen samt testtillfällena.

Test materialet

- Jag har använt mig av ett färdigt material som skolverket rekommenderar, där författarna har valt uppgifter inom olika delområden med sex uppgifter inom varje del. Skolverket (2009) beskriver tre punkter som författarna har utgått från när de utarbetat materialet för att få så hög validitet som möjligt. Det första är att materialet skall täcka förkunskaper men även kunskapsmål. Uppgifterna skall bara testa ett litet delområde i taget och författarna har tagit hänsyn till antal uppgifter per delområde och hur uppgifterna är utformade.
- Jag har även använt mig av samma test vid alla testtillfällen för att det inte skall vara olika siffror och uppgifter. Sen kan jag även jämföra om det är samma uppgifter som eleven har svårighet med.
- Jag har valt att bara göra fyra olika test så att eleverna inte tappar fokus utan att svaren visar på vad de faktiskt kan.

Intensivundervisningen

- Jag valde att träffa alla sex eleverna samtidigt så att de fick samma information och var med om samma diskussioner.
- Jag valde att träffa eleverna vid tre olika tillfällen och att de fick träna själva två gånger i veckan för att träningen skulle passa bra in i deras befintliga schema. På så sätt blev det bara vid ett tillfälle i veckan där de behövde komma tidigare på morgonen, detta för att eleverna skulle ha en positiv inställning till sin träning samt att jag minimerade risken för att eleverna skulle glömma bort att komma.

Jag tror att det hade varit ännu bättre om schemat hade varit så jag kunde träffat eleverna fem dagar i veckan men då det inte var möjligt utan att eleverna fick komma mycket tidigare än deras klasskompisar.

- Eleverna undervisades i samma lokal och med samma material vid varje tillfälle för att skapa trygghet.
- Eleverna fick möjlighet att träna på de delområden som de för stunden tyckte var svåra för att få möjlighet att utvecklas så mycket som möjligt.

Testtillfällena

- Alla gjorde alla test samtidigt för att ha samma förutsättningar.
- Testen gjordes på datorn i ett självrättande program för att minimera att jag rätta fel eller avläste siffror fel.
- Testernas tidsåtgång klockades exakt av datorprogrammet.

3.5 Etiska aspekter

Det är viktigt att informanterna är införstådda med att undersökningen inte syftar till att ta reda på vem som skrivit vad. Det som är relevant är vilka förändringar som sker och hur utbrett ett fenomen är (Eliasson, 2010). Kvale (1997) menar på att en forskare skall ställa sig olika frågor i samband med en undersökning. De testfrågor jag valde att ställa är: Hur kan denna undersökning påverka undersökningspersonerna, gruppen de representerar samt människan i övrigt? Är det viktigt att informanterna är anonyma? Vilka blir konsekvenserna för de som delta? Jag tycker att i denna undersökning var det viktigt att eleverna blir anonyma. Jag anser att undersökningen bara kommer att föra något gått med sig både för de sex eleverna som för möjligheterna till undervisning i mindre grupp under en begränsad tid. Till gruppen de representerar kan undersökningen leda till att fler elever erbjuds denna möjlighet samt för människan i stort kommer fler att få möjlighet till ett större och djupare matematiskt kunnande. Det finns efter denna undersökning möjligheter till att skolan jag arbetar på och skolor i övrigt använder sina resurser i matematik på ett för eleverna mycket mer effektivt sätt och som kan leda till högre måluppfyllelse.

Jag har följt Vetenskapsrådets fyra krav (Vetenskapsrådet, 2007) i utformandet av min undersökning: Informationskravet - jag har informerat undersökningsdeltagarna och deras vårdnadshavare om hur undersökningen kommer att gå till. Samtyckeskravet - alla vårdnadshavare har informerats skriftligt (se Bilaga 1), då eleverna är under 15 år. Jag har även begärt in ett aktivt godkännande från de vårdnadshavare till de sex elever som jag har haft intensivträning med. Ingen av eleverna var tvungna att varken genomföra eller fullföra undersökningen. Konfidentialitetskravet - undersökningen innehåller inget känsligt material men jag har valt att inte redovisa vilken elev som kunde vad vid de olika testtillfällena. Nyttjandekravet - detta undersökningsmaterial kommer inte att användas vid flera tillfällen och kommer inte att användas varken i kommersiellt bruk eller för icke vetenskapliga studier.

3.6 Bearbetning och analys

Jag har studerat på vilka områden inom talområdet som eleverna var för sig inte kunde vid det första testtillfället och sen jämförde det med de två andra testen som gjordes efter det att intensivträningen ägt rum. Jag jämförde för att se om det skett någon utveckling totalt sett men även inom de olika delområdena. Jag la in all data från de olika testtillfällena i Excel så att jag lättare kunde se skillnader och hitta mönster. Jag undersökte även på om jag kunde se mönster mellan eleverna som har varit med i min undersökning. En kvantitativ undersökning följer ett systematiskt tillvägagångsätt som samspelar med det empiriska materialet (Alveson & Sköldberg, 2008). En stor fördel av att använda sig tillexempel av Excel som databas är att jag kan använda mig av och studera materialet och analysera det om och om igen. En kvantitativ undersökning passar bäst för att ta reda på hur utbrett olika förhållanden är inom den grupp som undersökts (Eliasson, 2010). Jag kommer enbart att titta på det resultat som eleverna har gjort på testet vilket innebär att jag inte kommer att veta om eleverna gjort ett slarvfel eller om de faktiskt inte är säkra på uppgiften. Detta medför att eleverna kan ha kunskaper som inte visar sig i denna undersökning.

I denna undersökning var syftet att studera om elever utvecklas matematiskt genom intensivundervisning som bygger både på samtal och diskussioner samt färdighetsträning av en mindre grupp elever som saknar grundläggande kunskaper i matematik ger för eleverna i årskurs åtta.

Jag tittade på om det finns någon skillnad på kunskapsutvecklingen mellan addition och subtraktions olika talområden och om det i sin tur var någon skillnad på utvecklingen när det kommer till de generella uppgifterna. Jag tittade även på om det var någon skillnad i elevernas resultat direkt efter intensivträningen och efter ytterligare sexveckor utan träning. Jag undersökte även på om det totalt sett har skett någon utveckling av deras kunskaper inom talområdet.

4 RESULTAT

Resultatdelen kommer att beskriva hur resultatet har förändrats från innan eleverna genomförde intensivträningen till efter. Jag kommer visa på vilka områden som det har varit störst förändring på och de områden som enligt mig gav intressanta resultat, antingen att det gav en negativ utveckling eller på annat sätt fått mig att fundera över resultatet. Jag kommer att titta på antalet fel eleven gjort vid de olika testtillfällena, testtillfälle 1 är innan intensivträningen urvalstestet, testtillfälle 2 är direkt efter genomförd träning och slutligen testtillfälle 3 är det testtillfälle som genomfördes sex veckor efter test 2. Anledningen är att jag i denna undersökning väljer att visa på antalet fel är att felen är så pass få att resultatet blir enligt mig då tydligare. De fyra diagnoserna AG1 till AG4 testar additioner och subtraktioner inom talområdena 1–9, 10–19 utan tiotalsövergångar, 10–19 samt 20–99.

4.1 Skillnad på kunskaper innan och efter intensivträning

Om jag studerade det totala resultatet har antalet fel minskat med 15 stycken (22 %), från 69 st till 54 st fel. Om jag tittade på varje individs totala resultat visade tre elever på ett resultat med färre fel på mellan 33–54 %. De båda eleverna som hamnade utanför tidsmarginalen vid första testtillfället (elev 5 och 6) gjorde vid detta tillfälle några fler fel men klarade nu provet inom tidsmarginalen på 2 – 4 minuter per test och på diagnosen AG4 med en tidsram på 10 minuter. De båda eleverna minskade sin tid med nästan sex och sju minuter. En av eleverna (elev 3) hade samma resultat sex veckor efter själva träningen jämfört med innan men hade även hon en bättre tid. Elevernas resultat visat i tabellform (se Bilaga 5, tabell 8.1).

Fyra av de sex eleverna hade ett bättre resultat med färre fel direkt efter intensivträningen medan en av eleverna hade samma antal fel i alla tre testen och en elev hade 17 fel färre vid testtillfälle 3 än testtillfälle 2. Denna eleven (elev 4) hade 11 fler fel vid testtillfälle 2 än vid testtillfälle 1.

4.1.1 SKILLNAD MELLAN DIAGNOSERNA

Om jag jämför elevernas sammanlagda resultat mellan de olika diagnoserna ser jag att på en av diagnoserna, AG2 ökar antalet fel med 13 stycken direkt efter träningen men minskar med 1 fel när jag jämför mellan första och sista testtillfället. Resultatet på diagnosen AG3 ökade med fem fel, på de andra två diagnoserna minskade felen med 5 och 14 fel. Eleverna har gjort den största utvecklingen på diagnosen AG4 som är uppgifter som är generaliseringar av de andra tre diagnoserna. Antalet fel på diagnosen AG4 har minskat med 14 stycken fel, från 30 till 16 fel. Vid det första testtillfället var det den diagnosen eleverna hade flest fel på. Elevernas resultat visar på att antalet fel minskar över tid, först med 6 fel mellan första och andra testtillfället och sen ytterligare 8 färre fel vid det sista testtillfället (se Bilaga 8, tabell 8.2).

4.1.2 SKILLNAD MELLAN OLIKA DELOMRÅDEN

Resultaten på diagnos AG1 (se bilaga 2) som testar addition och subtraktion i talområdet 1–9 har elevernas resultat varit samma eller minskat. Vid sista testtillfället var det totalt 2 fel uppdelat på två olika elever och områden (se Bilaga 8, tabell 8.3).

Resultaten på diagnos AG2 som testar kunskaperna i addition och subtraktion i talområdet 10–19, utan tiotalsövergångar har totalt sett minskat med 1 fel (8 %) från 12 till 11 fel. Det är ett delområde som testar generaliseringar av uppgifter som i sin tur testar tals uppdelning i termer och likhetstecknets innebörd ex 4+___ = 9 som felen har ökat från 0 till 3 fel. Två av eleverna har gjort fel på 19 = 16+___ där den ena eleven har svarat 2 och den andra har svarat 13 (se Bilaga 8, tabell 8.4).

Diagnosen AG3 som testar additioner och subtraktioner i talområdet 10–19, är den enda diagnosen som totaltsett har fått ett sämre resultat från 15 till 25 fel (se Bilaga8, tabell 8.4). Deluppgifter som testar additioner och subtraktionen med talet är det område som har fått sämst resultat. Vid första testtillfället hade samtliga elever alla rätt på de 12 uppgifterna men vid testtillfälle tre hade eleverna 7 fel på additionerna och tre fel på subtraktionerna. En av eleverna räknade subtraktion istället för addition på tre av uppgifterna. Tre av eleverna gjorde var sitt fel på uppgifter som testar tiokamraterna. Tre elever gjorde sammanlagt fyra fel på uppgifter med addition där 9 är en av termerna.

Den största förbättringen skedde i diagnos AG4 som testar generaliseringar av uppgifterna i de andra tre diagnoserna. Diagnosen testar elevernas kunskaper i Addition och subtraktion i talområdet 20–99. I denna diagnos blev det totalt 14 färre fel vid sista testet jämfört med första. På samtliga deltest gjorde eleverna färre fel eller lika många fel vid sista testtillfället jämfört med det första. Det bästa resultatet med sex färre fel var på delområdena som testar generaliseringar av uppgifter från AG1, fyra färre fel på generaliseringar av AG2 och två färre på generaliseringar av AG3.

4.2 Konklusion

Elevernas kunskaper av den grundläggande matematiken blir bättre efter det att eleverna genomgått en intensivträning i en mindre grupp. Vid genomförandet av intensivträning är det viktigt att läraren tydligt ger eleverna tillgång till nya matematiska verktyg och sätt att tänka på. Det är också viktigt att eleverna är delaktiga i samtal kring hur uppgifterna och tal är uppbyggda.

Det största utvecklingen av kunskap visar sig på uppgifter med högre tal där eleverna efter intensivträningen kan använda sina grundläggande kunskaper till att generalisera uppgifter där de måste tänka i två led.

Eleverna gjorde både bättre och sämre resultat både på delområde och hela diagnoser efter det att de intensiv tränat. Området som eleverna gjorde en negativ resultatutveckling av uppgifter där ena termen var 8 och eleverna behövde räkna med tiotalsövergångar. Detta negativa resultat gällde främst addition med även subtraktion.

5 ANALYS

För eleverna som ingick i studien har deras resultat på uppgifterna har blivit bättre efter intensivträningen. Eleverna har färre fel och de löser uppgifterna på kortare tid. Anledningen till att eleverna har fått färre fel kan vara att de har fått nya grundläggande kunskaper och utvecklat ett nytt sätt att tänka kring hur de ska göra för att lösa uppgiften. Eleverna kan nu ha utvecklat strategier i sitt matematiska tänkande som att tänka kring grannen och grannens granne när de adderar eller subtraherar med tal som innehåller siffrorna 1 eller 2 som entals- eller tiotalssiffra. Eleverna kan även ha nya strategier där de använder sin kunskap kring tiokompisarna och kan nu applicera denna kunskap på både additioner och subtraktioner som tex 16+7 där de kan använda sig av strategin 16+(4+3)=(16+4)+3= 20+3=23. Jag har i denna undersökning ingen kontrollgrupp att jämföra med för att se om andra elever också ökade sina grundläggande kunskaper under dessa tre veckors träning. Samtidigt visar min tidigare undersökning Wideheim (2013) att elever inte utvecklar sina grundläggande matematikkunskaper under hela högstadietiden. Jag anser att jag kan använda den undersökningen som ett argument för att övriga elever inte utvecklat sina grundläggande matematikkunskaper under dessa tre veckor. Om jag skulle göra om studien på yngre elever anser jag att det måste finnas en kontrollgrupp att jämföra med. En av anledningarna till att eleverna behöver få bättre grundläggande kunskaper under högstadiet är att de skall belasta sitt arbetsminne mindre och att de skall klara algebran bättre. Hur vida eleverna i studien kommer ha nytta av sina nya matematikkunskaper framgår inte av studien då denna typ av test inte genomfördes. Anledningen till att eleverna i studien fick ett bättre resultat kan vara bland annat den struktur intensivundervisningen byggde på. En struktur där eleverna fick träna på moment som de ännu inte behärskade med flyt men där de kunde relatera sin nya kunskap med redan befintlig kunskap. Undervisningen var utformad för att eleverna skulle befinna sig i den proximala utvecklingsnivån. Genomgångarna byggde på varandra och svårigheterna presenterades stegvis. En viktig del i deras utveckling är att de undervisades av en utbildad matematiklärare och speciallärare i matematik. En stor anledning till att eleverna utvecklades under denna korta tid kan ha varit för att de var mycket motiverade till denna typ av intensivträning och gjorde sitt bästa vi varje tillfälle vi träffades. Wolff (2011) beskriver hur viktigt det är för att elever skall kunna prestera bästa resultat måste svårigheterna presenteras ett steg i taget. Lundqvist m.fl. (2011) pekar även på andra faktorer för goda resultat av intensivträning som undersökningsgruppen och undervisningen uppfyllde så som elevernas engagemang och arbetsinsats, att undervisningen bygger på forskning och beprövad erfarenhet samt att undervisningen bedrivs av en behörig matematiklärare. Säljö (2010) förklarat att det är med hjälp av andra som vi får nya erfarenheter och ändrar vårt sätt att tänka och i det sociokulturella perspektivet är språket det som binder samman människan och des omgivning. Strandberg (2006) förklarar Vygotskijs teorier med att elever lär sig genom att göra och att aktiviteter utvecklar deras språk, tankar och problemlösningsförmåga. Därför är det viktigt att låta eleverna som i denna undersökning få intensivundervisning som både bygger på samtal och aktivitet, vilket kan ha varit faktorer som påverkade eleverna i sin matematikutveckling i denna undersökning. Redan 1996 beskrevs det flerstämmiga klassrummet som en framgångsfaktor vilket innebär att det finns ett samspel mellan muntliga och skriftliga aktiviteter i klassrummet, där eleverna både utvecklar förmågan att lyssna på andras tankar och idéer vilket leder till elevens egen utveckling och förståelse. Även Sandberg (2006) betonar vikten av både samtal och praktiskt görande för att lyfta elevers kunnande till en högre nivå. Att den proximala nivån är när elever får uppgifter med utmaningar som de inte helt klarar på egen hand utan behöver lite hjälp från en kamrat, förälder eller en lärare.

Undersökning som gjordes av Lundqvist m.fl. (2011) byggde på en intensiv träning som genomfördes i 40 minuter fyra dagar i veckan i 10 till 11 veckor. Min undersökning genomfördes under en betydligt kortare tid med gav ändå ett positivt resultat. Jag vill dock poängtera att om jag lagt ännu mer tid hade kanske eleverna utvecklats ännu mer. Anledningen till att eleverna presenterade bättre på vissa resultat kan ha varit för att de hann befästa kunskapen. För de resultat som de presterade sämre på är för de fortfarande befann sig i utvecklingszonen i sitt kunnande och hade ännu inte gjort kunskapen till sin egen. När eleverna fortfarande befann sig i utvecklingszonen så hade de utvecklat snabbare och effektivare strategier som de använder sig av men tankarna är inte alltid helt korrekta. Jag satte upp en bestämd tid innan intensivträningen började men borde nog haft en mer flytande tidsplanering som gett utrymme till en eller två veckors ytterligare träning tillsammans med eleverna. Kanske var en anledning till att eleverna gjorde färre fel efter intensivträningen, precis som Lundqvist pekar på att under intensivträningen gavs jag som lärare möjlighet att fånga upp eleverna i just den stunden de hamnade i svårigheter och kunde då utmana eleverna på rätt nivå. Under intensivträningen upptäckte jag även elevernas missuppfattningar och kunde föra ett resonemang eller ge dem verktyg för att komma framåt i sina matematiska tankar. Återigen hade detta kunnat utvecklats mer om jag haft mer tid med eleverna både i antalet veckor med även dagar och möjligtvis tid per gång. Intensivträning bestående av både samtal och färdighetsträning gav i denna undersökning eleverna med matematiksvårigheter möjlighet till som Ahlberg (2001) skriver att eleverna måste få lära sig nya strategier och inte bara träna mer på det de inte kan.

Eleverna visade störst utveckling på diagnosen AG4 där de behövde kunna generalisera den grundläggande taluppfattningen. Undersökningen visar på att eleverna utvecklade olika matematiska strategier under intensivträningen som de sen kunder använda för att lösa uppgifter med tvåsiffriga tal där de måste kunna generalisera sina matematik-kunskaper. Olsson och Forsbäck (2008) menar att för att en elev skall kunna generalisera måste de lära sig olika matematiska strategier. De påpekar även vilken fördel eleverna har av att kunna automatisera additionstabellerna för att underlätta arbetsminnet och kan göra generaliseringar för två och tresiffriga tal. Eleverna fick i undersökningen möjlighet till att lära sig nya strategier som de sedan färdighetstränade och om de inte lyckades automatisera sina kunskaper lärde dig sig bättre strategier som de sen kunde använda för att lösa uppgifterna i diagnos AG4.

Den delmoment som eleverna hade fler fel på efter intensivträningen var addition med 8 vid tiotalsövergång. Under intensivträningen la jag en del tid på att det Bentley och Bentley (2011) benämner som talkompisar att dela upp talet 8 i flera olika delar. Men resultatet pekar på att jag skulle lagt mer tid vid detta då de bättre kunde använda strategier när det kommer till uppgifter med tiotalsövergångar. Eleverna befann sig fortfarande i utvecklingszonen kring denna matematikkunskap när det andra och tredje testet gjordes och hade ännu inte approximerat alla delar för att kunna lösa uppgifterna helt rätt och med flyt. Löwing (2008) beskriver hur elever kan använda talkompisarna i kombination med tiokompisarna när de stöter på uppgifter som 8+6, ex 8+6 = (4+4)+6 = 4+(4+6) = 4+10. En av eleverna gjorde även några fel när hon skulle subtrahera vid tiotalsövergångar ex på hennes svar 14-6 = 2 och 15-8 = 3. Bentley och Bentley (2001) beskriver att elever oftast inte har några problem med den kommutativa lagen , a+b = b+a men att det kan uppstå ett problem när eleven använder samma tankesätt när de ska beräkna subtraktion och tar den största siffran först.

6 DISKUSSION

6.1 Resultatdiskussion

Syftet med undersökningen var att studera om elever utvecklas matematiskt genom intensivundervisning som bygger både på samtal och diskussioner samt färdighetsträning av en mindre grupp elever som saknar grundläggande kunskaper i matematik ger för eleverna i årskurs åtta.

Den första frågan var om det går att skriftligt genom test mäta någon skillnad på elevers kunskap i talområdet 1–99 efter tre veckors träning? Resultatet av undersökningen var att elevernas kunskaper gick skriftligt att mäta och att samtliga elever fick antingen ett bättre resultat och de elever som fick ett sämre resultat efter intensivträningen visade på att de ändå gjort en matematisk utveckling då de nu gick mycket snabbare för dem att göra testen. En av anledningarna att det skriftliga resultatet var bättre kan ha varit som Lundberg och Sterner (2009) skriver att efter det att eleverna behärskar att räkna i den representativa fasen där eleverna använder inre bilder för att lösa uppgiften och det som tidigare var abstrakt för eleven blir nu mer konkret och de kan då göra generaliseringar.

Den andra frågeställningen var hur elevernas testresultat förändras på de olika talområdena? Elevernas resultat varierade mellan de olika diagnoserna och på en av diagnoserna fick eleverna sämre resultat än de hade innan intensivträningen började. Jag tolkar detta resultat som att eleverna skulle behövt lite längre tid på sig för intensivträningen och att de inte riktigt befäst de olika strategierna de skulle använda sig av och valde fel strategi som ledde till ett felaktigt svar. På de tre andra diagnoserna gjorde eleverna färre fel vilket jag tolkar som att de nu har och kan använda sig av bättre matematiska strategier, efter det att de har genomfört undervisningen som bestod både av färdighetsträning samt många matematiska samtal. Skolverket beskriver att för att matematikundervisning och matematikutvecklingen skall vara effektiv för eleven så måste läraren anpassas undervisningen till både individ och grupp där undervisningen är en variation mellan färdighetsträning och matematiska samtal (Skolverket, 2012).

Den tredje frågeställningen var hur elevernas testresultat förändras på de olika delområdena? Här var det väldigt stor variation mellan de olika delområdena där vissa områden visade på ett bättre resultat några på samma dock inte samma uppgifter och några delresultat visade på ett sämre resultat efter det att eleverna genomfört intensivträningen. Bentley och Bentley (2001) menar att elever i första hand inte har problem med räknelagarna utan problemet uppstår när eleverna använder samma tankesätt både vid addition och subtraktion. Jag tolkar det sämre resultatet som jag har skrivit tidigare att eleverna hade behövt längre tid för att kunna ha helt fungerande strategier eller automatiserat hela detta område vi testade av och övade på.

Min fjärde och sista frågeställning var om elever kan lära sig uppgifter där de behöver generalisera genom att endast öva på grundläggande kunskaper? Denna undersökning visar på att det går alldeles utmärkt. Olsson och Forsbäck (2008) menar att elever som fortfarande finger räknar hamnar i svårigheter när det kommer till tvåsiffriga tal då de inte kan generalisera sina kunskaper. Elever som snabbt kan plocka fram talkamraterna ur minnet kan lösa tvåsiffriga tal utan att belasta arbetsminnet. Eleverna övade bara färdighetsträning på additions och subtraktionstabellerna men det var på den här diagnosen som eleverna gjorde de största förbättringarna i både antalet och andelen fel. Detta resultat visar på att eleverna kan generalisera genom att bara öva på grundläggande kunskaper. Undersökningen visar även på hur viktigt det är att elever redan tidigt får lägga tid på att befästa de grundläggande kunskaperna i addition och subtraktion. Att de elever som inte lärde sig med övriga klasskamrater måste ges en ny chans att lära sig dessa tabeller med hjälp av en matematiklärare i form av intensivträning.

Jag inser att det matematiska innehållet var alltför omfattande för att eleverna skulle han en fullgod möjlighet att befästa sin nya kunskap. Jag ser dock att eleverna har gjort stora framsteg och anser att använda matematiska resurs till att intensivträna eleverna ger resultat men jag som lärare måste låta inlärningen få ta tid. Jag ser även att intensivträningen går att genomföra med en mindre grupp samtidigt och att de samtal och diskussioner som uppkommer till och med är gynnsamma för eleverna. Wiliam (2013) menar att elever som deltar i olika klassrumsdiskussioner blir mer framgångsrika och utvecklar sina förmågor. Precis som Wiliam anser jag att eleverna utvecklar sina matematiska färdigheter när jag som lärare under intensivträningen blandar matematiska diskussioner, tankesätt och strategier med färdighetsträning.

6.1.1 Specialpedagogiska implikationer

Denna undersökning är en del av min utbildning till specialpedagog. Syftet var att jag som blivande specialpedagog kommer få en del av ansvaret att fördela skolans resurser så att de används på bästa sätt för de elever som finns på skolan. Jag ville undersöka om intensivträning i matematik fungerar att göra med en mindre grupp elever samtidigt och ändå få ett positivt resultat där eleverna utvecklar sina matematikkunskaper. Det har gjorts en del undersökningar i läsinlärning och matematik där elev och lärare har haft undervisning en-till-en med goda resultat. Holmberg m.fl. (2005) skriver om att specialundervisning oftast innebär att läraren arbetar enskilt med elever eller att de är i mindre grupp, där undervisningen blir mer tillåtande och eleverna blir mer uppmärksammade än i klassrumsundervisningen. Lundberg & Sterner (2009) skriver att det finns flera olika undersökningar på att en-till-en undervisning har gett goda resultat framförallt när eleverna jobbar med taluppfattning. För mig var det viktigt att låta eleverna få jobba med den taluppfattningen som de ännu inte var förtrogna med och kunde ännu inte använda lämpliga strategier när de räknade. Det är viktigt när elever av någon anledning inte hänger med i den vanliga klassrumsundervisningen får möjlighet till undervisning under en kortare tid på sin nivå, det som oftast benämns som den proximala utvecklings nivån. En nivå som innebär att eleverna erbjuds nya kunskaper som de klarar med lite hjälp (Høines, 2008). En undervisning som ska leda till att eleven utvecklar sina förmågor inom framförallt taluppfattningen att eleven sen kan följa den ordinarie klassens undervisning. Jag anser att det är viktigt att det är en utbildad matematiklärare som genomför denna intensivundervisning så att eleven förstår matematiska strategier och får en matematisk förståelse och inte bara metoder som de oftast glömmer bort. Bentley och Bentley (2011) menar att det finns ett linjärt förhållande mellan elevernas prestation och lärarens didaktiska ämneskunskaper. Om jag som specialpedagog på en skola får vara med om att påverka resursanvändningen på skolan kommer jag att lägga stor vikt vid att organisera för intensivträning i matematik för elever som inte har befäst den grundläggande kunskapen.

Jag anser att skolan måste på organisationsnivå planera efter att eleverna som halkat efter i sin taluppfattning skall få möjlighet att få intensivträning i dessa förmågor och färdigheter under skoltid men inte under den ordinarie undervisningen. Jag anser att skolor måste titta över hur de använder lärarnas, speciallärarnas och specialpedagogernas tid så att den ger eleverna så mycket som möjligt i ett längre perspektiv. Min uppfattning är att det läggs mycket resurser på att elever ska klara det aktuella momentet som de arbetar med och lär sig, men lärarna missar att se till att eleverna har grunderna. Jag är personligen övertygad om att med en god matematisk grundförståelse kommer de lättare att först de nya momenten som övriga klassen arbetar med. Eleverna behöver då inte belasta sitt arbetsminne med att tolka de grundläggande momenten.

Elever som erbjuds möjlighet till någon form av extra undervisning visar oftast på ett större engagemang för sin vidare matematikinlärning och de visar även på en mer positiv attityd till matematikämnet (Lundqvist mfl, 2011). Detta är även min tydliga uppfattning efter det att jag genomfört intensiv undervisningen med mina sex elever, då de fortfarande nu ett halvår efter nämner hur bra de tyckte att dessa tre veckor var för deras fortsatta matematikutveckling. Flera av flickorna utrycker att de lärde sig jätte mycket. Resultatet pekar på att de utvecklades men min uppfattning är att de även har utvecklats mycket om inte mer på det som jag inte mätte, deras självförtroende till matematiken. Jag är i efterhand kritisk till att jag inte också gjorde någon form av undersökning på elevernas känsla för hur intensivträningen påverkade dem och inte bara tittade på deras faktiska skrivna resultat.

6.2 Metoddiskussion

För att undersöka vilka effekter intensivundervisning på en grupp eleverna hade använde jag mig av en kvantitativ metod med olika tester. För att få en ännu tydligare bild av vilka effekter det även har för elevernas känsla kring matematik borde jag ha använt mig av både kvalitativa och kvantitativ metod. I den kvalitativa undersökningen skulle jag också haft med enkäter och någon intervju med eleverna angående deras känsla kring sitt eget lärande. Jag tror att detta har givit mig en tydligare helhetsbild. Jag valde att använda mig av fyra diagnoser som testar addition och subtraktion i materialet Diamant. Jag anser inte att elevernas resultat påverkats av att de gjort exakt samma test vid de tre olika tillfällena. Eleverna har aldrig fått reda på hur de olika testen gick och de har bara sett ordningen på uppgifterna vid de tre olika testtillfällena. Valet av test material kändes naturligt då de testar olika delområden inom talområdet 1–99. Det var även det materialet som jag använde i min förra undersökning då jag kom fram till att elever inte utvecklade sin matematiska förmåga inom detta område efter det att de börjat i årskurs sex. Jag var därför nyfiken på om intensivträning av högstadieelever på dessa grundläggande moment skulle ge resultat. Hur vida elevernas resultat påverkas av att de olika testtillfällena sett lite olika ut, att de satt i helklass första gången och i liten grupp vid tillfälle två och tre, kan ha en viss påverkan. Vid samtliga tillfällen var det lugn och ro och eleverna i båda de stora och den lilla gruppen visar stor respekt för varandra. Jag tror inte tiden på dagen har påverkat resultatet då samtliga tillfällen har varit på förmiddagen eller precis efter lunchrasten. Resultatets påverkan av Att elevers olika veckor ser olika ut kan ha påverkat resultaten och en underliggande stress för ett annat ämne kan göra att en elev presterar sämre vid det tillfället.

Jag valde att göra intensivträning med en grupp elever och kanske skulle jag få ett tydligare resultat om jag hade haft intensivträning med flera olika grupper från olika årskurser. Om jag skulle gjort intensivträning även med andra årskurser hade det varit viktigt med en kontrollgrupp, då jag inte tittat på elevers grundläggande matematik-utveckling i dessa årskurser tidigare. Jag valde att göra själva träningen under tre veckor och tror att om jag hade lagt fyra eller fem veckor eller möjligtvis återupptagit träningen nu ett halvår senare att det skulle gett ett ännu bättre resultat. Jag ser att träningen gett resultat och mer tid hade möjligen gett ett ännu bättre resultat.

6.3 Fortsatt forskning

Jag är nyfiken på hur resultatet skulle utvecklas om jag som lärare en gång per termin skulle göra denna typ av insats på elever som inte är förtrogen med ett vist delområde inom matematikens taluppfattning. Det skulle även vara intressant att göra denna studie större och ha intensivträning med fler grupper från flera olika årskurser som ligger kunskapsmässigt efter sina klasskamrater.

7 REFERENSLISTA

7.1 Böcker

Ahlberg, Ann (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Alvesson, Mats & Sköldberg, Kaj (2008). *Tolkning och reflektion: Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod.* Lund: Studentlitteratur.

Andersson, Birgitta & Thorsson, Lena (2007). *Därför inkludering*. Specialpedagogiska institutet.

Bentley, Per-Olof & Bentley, Christine (2011). *Det beror på hur man räknar – matematikdidaktik för grundlärare.* Stockholm: Liber

Bryman, Alan. (2008). *Samhällsvetenskapliga metoder (2:6).* Stockholm: Liber AB

Dysthe, Olga (1996). *Det flerstämmiga klassrummet: att skriva och samtala för att lära*. Lund: Studentlitteratur

Eliasson, Annika (2010). *Kvantitativ metod från början*. Lund: Studentlitteratur.

Engström, Arne (2003). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik. En introduktion.* Örebros universitet

Gersten, Russell, Jordan, Nancy C. & Flojo, Jonathan R. (2005). Early Identification and Interventions for students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38:4*

Høines, Marit Johnsen (2008). *Matematik som språk.* Liber

Kvale, Steinar (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.

Lantz, Annika (2007). *Intervjumetodik*. Lund: Studentlitteratur.

Lundberg, Ingvar & Sterner, Görel (2009): *Dyskalkyli – finns det?* Göteborg: Nationellt centrum för Matematikutbildning.

Lundqvist, P, Nilsson, B, Schentz, E-G & Sterner, G (2011). *Nämnaren nr 1•2011 - Intensivundervisning med gott resultat.* Göteborg: Nationellt centrum för Matematikutbildning.

Löwing, Madeleine (2008). Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare. Lund: Studentlitteratur

Olsson, Ingrid & Forsbäck, Margareta (2008). *Alla kan lära sig matematik.* Stockholm: Natur och kultur

Persson, Bengt (2005). *Elever som får stöd men för lite*. Stockholm: Myndigheten för skolutveckling.

Rönnberg, Irene och Rönnberg, Lennart (2001): *Minoritetselever och matematikutbildning: en litteraturöversikt.* Stockholm: Skolverket.

Sandén, Ingrid (2000). *Skoldaghem- ett alternativ för elever i behov av särskilt stöd.* Malmö högskola: Lärarutbildningen.

Skolverket (2010). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*

Skolverket (2011). *Nationella prov i årskurs 3*

Strandberg, Leif (2006). *Vygotskij i praktiken. Bland plugghästar och fusklappar.*

Säljö, Roger (2010). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. 2. uppl. Stockholm: Norstedts

Vetenskapsrådet (2007). *Reflektioner kring specialpedagogik – sex professorer om forskningsområdet och forskningsfronterna*. Vetenskapsrådets rapportserie 5: 2007.

Wideheim, Malin (2013). *Elevers grundläggande matematikkunskaper i addition och subtraktion årskurs 6–9.* Malmö: Examensarbete Malmö Högskola

Wiliam, Dylan (2013). *Att följa lärande: formativ bedömning i praktiken*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

7.2 Internetsidor

FN:s standardregler

http://www.hso.se/Global/Arbete%20och%20f%C3%B6rs%C3%B6rjning/Nationella%20handlingplanen/FNs%20standardregler.pdf (Hämtad 2017-04-12)

Kikora -*digital testbank.* https://app.kikora.com/c/#/ (Hämtat 2017-04-13)

Löwing, Madelene och Marie Fredriksson (2009). *Diamant – Diagnoser i matematik.* https://www.skolverket.se/bedomning/bedomning/bedomningsstod/matematik/diamant-1.196205 (Hämtad 2017-04-13)

Naalsund, Margrethe (2012). *Algebra ett meningslöst manipulerande av symboler* http://www.skolverket.se/skolutveckling/amnesutveckling/matematik/forskning/avhandlingar/algebra-ett-meningslost-manipulerande-av-symboler-1.181962 (Hämtad 2012-11-06)

Skolverket (2017). *Läroplaner ämnen och kurser – matematik.* Skolverket https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/grundskoleutbildning/grundskola/matematik (Hämtad 2017-04-10)

Skolverket (2012). *Mer undervisningstid i matematik.* Skolverket http://www.skolverket.se/skolutveckling/amnesutveckling/matematik/mer-undervisningstid-i-matematik-1.182959 (Hämtad 2012-11-06)

Skolverket (2015). Resultat på nationella prov i årskurs 3, 6 och 9, läsåret 2014/15 https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3556.pdf%3Fk%3D3556 (Hämtad 2017-04-12)

Wolff, Ulrika (2011). *Effects of a Randomised Reading Intervention Study: An Application of Structural Equation Modelling*

https://www.researchgate.net/publication/51668377_Effects_of_a_Randomised_Reading_Intervention_Study_An_Application_of_Structural_Equation_Modelling

8 BILAGOR

8.1 Bilaga 1, Föräldrar information

Informationsbrev gällande enkätundersökning

Hej,

Mitt namn är Malin Wideheim och jag arbetar som matematik- och NO-lärare på XXXskolan sedan november 2016. För tillfället så studerar jag på Malmö högskola till specialpedagog och skriver just nu mitt examensarbete. Under våren 2013 tog jag min speciallärarexamen i matematik, där jag gjorde en undersökning kring elevers grundläggande kunskaper i matematik i åk 6–9. Jag är nu intresserad av att fortsätta på min tidigare undersökning för att skriva en ny uppsats. Syftet med denna uppsats är att identifiera effektiv resursanvändning i matematik. Detta kommer jag att göra genom att låta några elever få intensivträning i några grundläggande moment inom matematiken.

Jag kommer först att genomföra ett diagnostiskt test på alla eleverna i årskurs åtta för att få underlag till vilka elever som jag kan använda vidare i min undersökning. De elever som kommer att göra intensivträning kommer att kontaktas för vidare information.

De grundläggande matematiska kunskaper inom området aritmetik som denna undersökning kommer att handla om är:

- Additioner och subtraktioner inom talområdet 1-99, med och utan tiotalsövergångar

Den första undersökningen kommer att göras digitalt under skoltid.

För att kunna genomföra denna undersökning så måste jag informera er som vårdnadshavare. Om ni motsätter er undersökningen måste ni kontakta mig och meddela detta innan den 14 februari 2017. Undersökningen kommer att påbörjas efter elevernas prao. Har ni andra frågor eller funderingar kring undersökningen är ni välkomna att höra av er till:

Malin Wideheim

0707-xxxxxx

malin.wideheim@xxx.se Med vänliga hälsningar

Malin Wideheim

8.2 Bilaga 2, Diamant - Diagnosernas delområden

AG 1, Additioner och subtraktioner inom talområdet 1–9

1a Talens grannar till höger, alltså uppgifter av typen 8 + 1 och 6 + 2 och deras kommutativa varianter 1 + 8 och 2 + 6

1b Talens grannar till vänster alltså uppgifter av typen 7 – 1 och 9 – 2 och avståndet till grannarna, alltså typen 7 – 6 och 9 – 7

2a Dubblorna och dubblorna ± 1, alltså typen 4 + 4, 4 + 5 och 3 + 5

2b Hälften och hälften ± 1, alltså typen 8 – 4 och 9 – 4

3a och 3b Tals uppdelning i termer, alltså uppgifter av typerna 4 + __ = 9 och 8 = 3 + __ . Likhetstecknets innebörd.

(Löwing, 2009 sid 11)

AG 2, Additioner och subtraktioner inom talområdet 10–19, utan tiotalsövergång

1a Addition av 10 och ett ental, typ 10 + 7 och 7 + 10 samt motsvarande öppna utsagor

1b Subtraktion av ett tal mellan 11 och 19 och talet 10 eller ett ental, alltså uppgifter av typen 18 – 10 och 18 – 8, samt motsvarande öppna utsagor

2a och 2b Generalisering av uppgifterna i 1a respektive 1b i test AG1

3a och 3b Generalisering av uppgifterna i 2a respektive 2b i test AG1

4a och 4b Generalisering av uppgifterna i 3a respektive 3b i test AG1

(Löwing, 2009 sid 15)

AG 3, Additioner och subtraktioner inom talområdet 10–19

1a och 1b Tiokamraterna, alltså de uppgifter vars summa är 10.

2a Addition med 9, alltså typerna 9 + 3 och 4 + 9.

2b Subtraktion med 9 och då differensen blir 9, typ 14 – 9 och 15 – 6.

3a Additioner med 8, alltså typerna 8 + 5 och 6 + 8.

3b Subtraktion med 8 och då differensen blir 8, typ 13 – 8 och 15 – 7.

4a Dubblorna 6 + 6, 7 + 7 och 8 + 8 samt dubbelt ± 1 såsom 6 + 7 och 5 + 7.

4b Hälften och hälften ±1, alltså typerna 14 – 7, 13 – 7, 13 – 6.

(Löwing, 2009 sid 20)

AG 4, Additioner och subtraktioner inom talområdet 20–99, med och utan tiotalsövergångar

1a och 1b Generalisering av uppgifterna i diagnos AG1 från ental till tiotal

2a Additioner av tiotal och ental

2b Subtraktioner med ett ental, sådana att svaret blir ett tiotal

3a och 3b Generalisering av uppgifterna i AG2, utan tiotalsövergångar, till ett större talområde

4a och 4b Generalisering av uppgifterna i AG3, med tiotalsövergångar, till ett större talområde

(Löwing, 2009 sid 24)

8.3 Bilaga 3, Matematikuppgifterna

DIAGNOS AG1

1a

6 + 1 = __

4 + 2 = __

1 + 7 = __

6 + 2 = __

8 + 1 = __

2 + 7 = __

1b

9 – 1 = __

7 – 2 = __

9 – 8 = __

8 – 2 = __

6 – 1 = __

8 – 6 = __

2a

4 + 4 = __

3 + 3 = __

4 + 5 = __

3 + 5 = __

5 + 4 = __

4 + 3 = __

2b

9 – 4 = __

7 – 4 = __

8 – 4 = __

6 – 3 = __

9 – 5 = __

7 – 3 = __

3a

4 + __ = 9

3 + __ = 7

1 + __ = 7

2 + __ = 8

5 + __ = 8

3 + __ = 9

3b

8 = 2 + __

7 = 2 + __

9 = 3 + __

9 = 7 + __

9 = 5 + __

7 = 4 + __

Diagnos AG2

1a

10 + 7 = __	10 + 6 = ___
4 + 10 = __	8 + 10 = __
10 + __ = 13	2 + __ = 12

1b

18 – 10 = __	15 – 10 = __
16 – 6 = __	18 – 8 = __
14 – __ = 10	19 – __ = 9

2a

17 + 1 = __	15 + 2 = __
12 + 5 = __	11 + 8 = __
1 + 16 = __	2 + 14 = __

2b

19 – 1 = __	18 – 2= __
17 – 12 = __	16 – 11 = __
19 – 18 = __	18 – 16 = __

3a

14 + 3 = __	13 + 5 = __
3 + 13 = __	5 + 14 = __
14 + 5 = __	4 + 13 = __

3b

19 – 4 = __	16 – 3 = __
17 – 4 = __	19 – 15 = __
18 – 14 = __	17 – 12 = __

4a

14 + __ = 19	2 + __ = 18
13 + __ = 17	5 + __ = 18

11 + __ = 17

3 + __ = 19

4b

18 = 3 + __

15 = 2 + __

19 = 4 + __

19 = 16 + __

18 = 13 + __

17 = 14 + __

Diagnos AG3

1a

4 + 6 = __

5 + __ = 10

__ + 9 = 10

3 + 7 = __

2 + __ = 10

__ + 6 = 10

1b

10 – 6 = __

10 – 1 = __

10 – __ = 5

10 – 3 = __

10 – __ = 8

10 – __ = 7

2a

9 + 2 = __

9 + 6 = __

9 + 8 = __

4 + 9 = __

5 + 9 = __

7 + 9 = __

2b

14 – 9 = __

12 – 9 = __

15 – 6 = __

17 – 8 = __

18 – 9 = __

16 – 9 = __

3a

8 + 7 = __

8 + 4 = __

3 + 8 = __

5 + 8 = __

8 + 8 = __

8 + 6 = __

3b

13 – 8 = __	14 – 6 = __
16 – 8 = __	15 – 8 = __
12 – 8 = __	11 – 3 = __

4a

6 + 6 = __	5 + 6 = __
7 + 5 = __	7 + 7 = __
6 + 5 = __	5 + 7 = __

4b

14 – 7 = __	11 – 5 = __
12 – 7 = __	12 – 6 = __
13 – 6 = __	11 – 6 = __

Diagnos AG4

1a

40 + 30 = __	20 + 70 = __
50 + __ = 90	60 + __ = 80
__ + 30 = 80	__ + 40 = 90

1b

90 – 60 = __	80 – 30 = __
70 – 20 = __	60 – __ = 40
90 – __ = 50	70 – __ = 30

2a

40 + 7 = __	60 + 8 = __
30 + __ = 38	70 + __ = 74
__ + 6 = 36	__ + 40 = 49

2b

95 – 5 = __	68 – 8 = __

56 – ___ = 50

___ – 3 = 90

84 – ___ = 80

___ – 9 = 70

3a

27 + 1 = ___

5 + 42 = ___

72 +6 = ___

24 + 2 = ___

6 + 62 = ___

81 + 8 = ___

3b

38 – 2 = ___

77 – 75 = ___

89 – 7 = ___

57 – 5 = ___

58 – 57 = ___

65 – 4 = ___

4a

84 + 9 = ___

7 + 65 = ___

63 + 8 = ___

75 + 8 = ___

6 + 78 = ___

58 + 6 = ___

4b

63 – 8 = ___

51 – 49 = ___

– 8 = ___

54 – 6 = ___

91 – 89 = ___

81 – 3 = ___

8.4 Bilaga 4, Additions- och subtraktionstriangeln

Additionstriangel 1

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7		
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6			
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5				
6+1	6+2	6+3	6+4					
7+1	7+2	7+3						
8+1	8+2							
9+1								

Additionstriangel 2

									1+10
								2+9	2+10
							3+8	3+9	3+10
						4+7	4+8	4+9	4+10
					5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
				6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
			7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
		8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10

1+11	1+12	1+13	1+14	1+15	1+16	1+17	1+18
2+11	2+12	2+13	2+14	2+15	2+16	2+17	
3+11	3+12	3+13	3+14	3+15	3+16		
4+11	4+12	4+13	4+14	4+15			
5+11	5+12	5+13	5+14				
6+11	6+12	6+13					
7+11	7+12						
8+11							

Additionstriangel 3

10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9
11+1	11+2	11+3	11+4	11+5	11+6	11+7	11+8	
12+1	12+2	12+3	12+4	12+5	12+6	12+7		
13+1	13+2	13+3	13+4	13+5	13+6			
14+1	14+2	14+3	14+4	14+5				
15+1	15+2	15+3	15+4					
16+1	16+2	16+3						
17+1	17+2							
18+1								

Subtraktionstriangel 2

19–1	19–2	19–3	19–4	19–5	19–6	19–7	19–8	19–9
18–1	18–2	18–3	18–4	18–5	18–6	18–7	18–8	18–9
17–1	17–2	17–3	17–4	17–5	17–6	17–7	17–8	17–9
16–1	16–2	16–3	16–4	16–5	16–6	16–7	16–8	16–9
15–1	15–2	15–3	15–4	15–5	15–6	15–7	15–8	15–9
14–1	14–2	14–3	14–4	14–5	14–6	14–7	14–8	14–9
13–1	13–2	13–3	13–4	13–5	13–6	13–7	13–8	13–9
12–1	12–2	12–3	12–4	12–5	12–6	12–7	12–8	12–9
11–1	11–2	11–3	11–4	11–5	11–6	11–7	11–8	11–9
10–1	10–2	10–3	10–4	10–5	10–6	10–7	10–8	10–9

Subtraktionstriangel 3

19–10	19–11	19–12	19–13	19–14	19–15	19–16	19–17	19–18
18–10	18–11	18–12	18–13	18–14	18–15	18–16	18–17	
17–10	17–11	17–12	17–13	17–14	17–15	17–16		
16–10	16–11	16–12	16–13	16–14	16–15			
15–10	15–11	15–12	15–13	15–14				
14–10	14–11	14–12	14–13					
13–10	13–11	13–12						
12–10	12–11							
11–10								

Subtraktionstriangel 1

9–1	9–2	9–3	9–4	9–5	9–6	9–7	9–8
8–1	8–2	8–3	8–4	8–5	8–6	8–7	
7–1	7–2	7–3	7–4	7–5	7–6		
6–1	6–2	6–3	6–4	6–5			
5–1	5–2	5–3	5–4				
4–1	4–2	4–3					
3–1	3–2						
2–1							

8.5 Bilaga 5, Resultattabeller

Tabellerna visar antal fel som är gjorda vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

8.5.1 *ELEVERNAS ENSKILDA TOTALA RESULTAT*

Tabell 8.1 Visar totala antalet fel som varje elev gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Elev	Testtillfälle			Förändring mellan		
	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1	19	7	9	-12	2	-10
2	15	8	10	-7	2	-5
3	14	14	14	0	0	0
4	13	24	7	11	-17	-6
5 (långtid)	4	5	6	1	1	2
6 (långtid)	4	2	8	-2	6	4
totalt	69	60	54	-9	-6	-15

8.5.2 *SAMMANLAGDA RESULTAT FÖR VARJE DIAGNOS*

Tabell 8.2 Visar totala antalet fel på varje enskild diagnos som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Diagnos	Testtillfälle			Förändring mellan		
	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
AG1	7	0	2	-7	2	-5
AG2	12	25	11	13	-14	-1
AG3	20	11	25	-9	14	5
AG4	30	24	16	-6	-8	-14
totalt	69	60	54	-9	-6	-15

8.5.3 *Sammanlagda resultat för varje delområde*

Tabell 8.3 Visar totala antalet fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG1 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Diagnos	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG1	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1a	0	0	0	0	0	0
1b	1	0	0	-1	0	-1
2a	2	0	1	-2	1	-1
2b	0	0	0	0	0	0
3a	1	0	1	-1	1	0
3b	3	0	0	-3	0	-3
totalt	7	0	2	-7	2	-5

Tabell 8.4 Visar totala antalet fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG2 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Diagnos	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG2	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1a	1	1	0	0	-1	-1
1b	0	2	0	2	-2	0
2a	0	5	0	5	-5	0
2b	2	2	0	0	-2	-2
3a	3	3	3	0	0	0
3b	2	3	2	1	-1	0
4a	4	0	3	-4	3	-1
4b	0	9	3	9	-6	3
totalt	12	25	11	13	-14	-1

Tabell 8.5 Visar totala antalet fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG3 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Diagnos	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG3	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1a	0	1	3	1	2	3
1b	2	1	0	-1	-1	-2
2a	1	0	4	-1	4	3
2b	7	3	6	-4	3	-1
3a	0	1	7	1	6	7
3b		1	3	1	2	3
4a	3	2	0	-1	-2	-3
4b	2	2	2	0	0	0
totalt	15	11	25	-4	14	10

Tabell 8.5 Visar totala antalet fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG4 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Diagnos	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG4	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1a	3	1	0	-2	-1	-3
1b	5	3	2	-2	-1	-3
2a	2	1	2	-1	1	0
2b	3	5	1	2	-4	-2
3a	1	2	0	1	-2	-1
3b	3	2	0	-1	-2	-3
4a	5	4	5	-1	1	0
4b	8	6	6	-2	0	-2
totalt	30	24	16	-6	-8	-14

8.5.4 ELEVERNAS ENSKILDA DIAGNOS RESULTAT

Tabell 8.6 Visar varje elevs antal fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG1 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Elev	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG1	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1	3	0	0	-3	0	-3
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	0	1	1
4	1	0	0	-1	0	-1
5 (långtid)	2	0	0	-2	0	-2
6 (långtid)	1	0	0	-1	0	-1
totalt	7	0	2	-7	2	-5

Tabell 8.7 Visar varje elevs antal fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG2 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Elev	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG2	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1	4	0	3	-4	3	-1
2	1	2	3	1	1	2
3	4	8	3	4	-5	-1
4	3	14	0	11	-14	-3
5 (långtid)	0	1	2	1	1	2
6 (långtid)	0	0	0	0	0	0
totalt	12	25	11	13	-14	-1

Tabell 8.8 Visar varje elevs antal fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG3 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Elev	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG3	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1	4	1	5	-3	4	1
2	9	2	4	-7	2	-5
3	3	1	6	-2	5	3
4	2	6	3	4	-3	1
5 (långtid)	0	2	2	2	0	2
6 (långtid)	2	2	7	0	5	5
totalt	20	14	27	-6	13	7

Tabell 8.9 Visar varje elevs antal fel på varje enskilt delmoment i diagnos AG4 som eleverna gjorde vid de olika testtillfällena 1, 2 och 3 samt den högra delen av tabellen visar på skillnaden i antalet fel vid de olika tillfällena.

Elev	Testtillfälle			Förändring mellan		
AG4	1	2	3	1 och 2	2 och 3	1 och 3
1	8	6	2	-2	-4	-6
2	5	4	3	-1	-1	-2
3	7	5	4	-2	-1	-3
4	7	7	4	0	-3	-3
5 (långtid)	2	2	2	0	0	0
6 (långtid)	1	0	1	-1	1	0
totalt	30	24	16	-6	-8	-14