



Malmö högskola
Lärarytbildningen
Barn Unga Samhälle

Examensarbete
15 högskolepoäng

Matematikundervisning som kan stödja
matematiskt begåvade elever

Math Tuition that Can Support Mathematically Gifted Pupils

Marie Håkansson
Dorota Lembrér

Lärarexamen 210hp
Barndoms- och ungdomsvetenskap
Slutseminarium 2009-01-14

Examinator: Annika Månsson
Handledare: Thom Axelsson

Sammanfattning

Målet med detta arbete är att undersöka hur elever med begåvning i matematik undervisas. Uppsatsen redovisar en studie där två rektorer och fem pedagoger intervjuats utifrån frågorna: Vilka resurser och vilket stöd ges matematiskt begåvade elever? Hur undervisas och upptäcks de? Vilket stöd har lärarna i arbetet med dessa elever? Redovisningen av undersökningens resultat visar att majoriteten av pedagogerna saknar kunskap, resurser och stöd för att undervisa matematiskt begåvade elever. Uppfattningen att undervisningen för matematiskt begåvade elever bör differentieras på olika sätt, ges stöd för i forskning. Dels bör den hastighetsanpassas, dels bör den innehålla berikande uppgifter. Det konstateras även att svensk grundskola saknar strategier för att upptäcka och undervisa dessa elever.

Nyckelord: acceleration, berikning, differentiering, gruppering, matematiskt begåvade

Abstract

The purpose of this essay is to describe the tuition of pupils gifted in mathematics. A survey was performed; two headmasters and five pedagogues were interviewed with the following questions: What resources and what support are given to mathematically gifted pupils? How are these pupils tutored and discerned? What support have the teachers got in their teaching of these pupils? The result of the survey shows that the majority of the pedagogues lack knowledge, resources and support to tutor mathematically gifted pupils. According to research the tuition of mathematically gifted pupils should be differentiated. It should, partly, be pace adapted, partly, contain enriching tasks. It is also concluded that the Swedish elementary school lack strategies to discern and tutor these pupils.

Key words: acceleration, enrichment, differentiation, grouping, mathematically gifted

Innehållsförteckning

1. Introduktion	7
1.1 Syfte och frågeställning	8
1.2 Disposition	8
2. Tidigare forskning och teorier	9
2.1 Styrdokumentet och stöd för matematiskt begåvade elever	9
2.2 Att differentiera undervisningen för att stödja matematiskt begåvade elever	11
2.2.1 Acceleration	12
2.2.2 Berikning	12
2.2.3 Gruppering	13
2.3 Kommunikation och samtal	15
2.4 Pedagogens roll	16
2.4.1 Hur pedagoger upptäcker matematisk begåvning	16
2.4.2 Pedagogers kompetens	17
2.5 Val av tidigare forskning och teorier vid analys av studien	18
3. Metod	19
3.1 Val av metod	19
3.2 Intervjufrågor	19
3.3 Etiska överväganden	20
3.4 Analysbeskrivning	21
3.5 Urval	21
3.6 Genomförande	23
4. Resultat	23
4.1 Stöd åt matematiskt begåvade elever	23
4.1.1 Rektorens och pedagogernas svar angående stödåtgärder	23
4.1.2 Sammanfattning av stödåtgärder	24
4.1.3 Analys och diskussion kring stödåtgärder	24
4.2 Matematikundervisningen för matematiskt begåvade elever	25
4.2.1 Pedagogernas svar angående undervisningen	25
4.2.2 Sammanfattning av undervisningen	26

4.2.3 Analys och diskussion kring undervisningen	26
4.3 Att upptäcka matematiskt begåvade elever.....	27
4.3.1 Pedagogernas svar på hur de upptäcker matematiskt begåvade elever	28
4.3.2 Sammanfattning av pedagogers olika metoder att upptäcka matematiskt begåvade elever.....	28
4.3.3 Analys och diskussion kring metoder att upptäcka matematiskt begåvade elever	29
4.4 Pedagogernas stöd och utbildning	29
4.4.1 Pedagogernas svar angående stöd och utbildning.....	29
4.4.2 Sammanfattning av pedagogernas stöd och utbildning	30
4.4.3 Analys och diskussion om pedagogers stöd och utbildning	30
5. Reflektion kring arbetet.....	32
Referenser.....	33
Bilagor	35
Bilaga 1: Resultat av TIMSS rapporten 2003	36

1. Introduktion

Barn med särskild begåvning är också i behov av särskilt stöd. Så lyder Europarådets rekommendation 1248 (Europarådet, 1994, pkt.3). Under vår utbildning har vi på vår verksamhetsförlagda tid sett att de elever som inte förväntas nå de uppsatta målen för kursplanen i matematik, får särskilt stöd. Att lägga resurser på att sträva efter att alla når målen, är en god investering. På så vis får alla elever en likvärdig grund att stå på i sina kunskaper i matematik.

Enligt Lpo 94 har den svenska skolan som uppdrag att stimulera varje elev att bilda sig och växa med sina uppgifter (Skolverket, 2006, s.6). Detta gäller naturligtvis för alla elever, även för de som är särskilt begåvade, inom ett eller flera ämnen. Läroplanen skall ju gälla alla elever. I kursplanerna för grundskolan klargörs *vad* eleverna ska lära och ger pedagogerna stor frihet då det gäller *hur* det ska göras. Vi har valt att undersöka hur elever med särskild begåvning inom matematik stimuleras och utvecklas i dagens skola.

Den dominerande undervisningsmodellen i grundskolan idag är läromedelstyrd, självständigt räknande matematik. Enligt en studie av Eva Pettersson, ger inte denna metod de matematiskt begåvade eleverna det stöd och stimulans som de behöver för att utveckla sina förmågor. Läroplanen säger att undervisningen ska organiseras så att alla stimuleras att använda och utveckla hela sin förmåga. Går det att organisera undervisningen så att alla elever utvecklas eller finns ett behov av att matematiskt begåvade ges särskilt stöd?

I Sverige är det ovanligt med specialundervisning för elever med särskild begåvning. I exempelvis USA, erbjuds matematiskt begåvade elever att delta i en speciellt för dem utformad läroplan: The Academically Gifted Program. För eleverna som följer denna, innebär det att de med specialutbildade pedagoger ges möjlighet att fördjupa och bredda sina kunskaper inom t.ex. matematik. Undervisningen sker oftast i det ordinarie klassrummet och målet med läroplanen är att stimulera elevens personliga, akademiska och sociala utveckling, så att den når sin högsta potential (Mathis, 2007, s.56-57).

The Academically Gifted Program är ett exempel på hur undervisningen kan differentieras för att elever, med exempelvis hög begåvning i matematik, ska kunna utveckla sin förmåga. Differentiering i form av nivågruppering och elitklasser är ett aktuellt ämne. Debatten handlar framför allt om skolans uppdrag och om detta främst ska vara att utveckla elevers kunskap eller sociala kompetens. Skolans huvuduppgift är att förmedla kunskap och oavsett om elever grupperas på olika sätt kommer de att utvecklas socialt.

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) undersöker kontinuerligt elevers matematikkunskaper i skolår 4 och 8, i drygt 50 länder världen över. Resultatet av TIMSS-rapporten för 2003 (Bilaga 1) visar att andelen högpresterande elever i matematik i Sverige, är mindre än t.ex. i Korea, Kina och USA.

Enligt läroplanen ska undervisningen stimulera elevens personliga, akademiska och sociala utveckling, så att den når sin högsta potential. Som tidigare nämnts är det pedagogen som strukturerar modellen för hur detta ska gå till. Hur undervisas de matematiskt begåvade eleverna? Stimuleras de till att utveckla sin rätta potential?

1.1 Syfte och frågeställning

Syftet med arbetet är att studera undervisningen för elever med begåvning i matematik. De frågeställningar som ligger till grund för arbetet är: Vilket stöd anser rektorer och pedagoger ges åt matematiskt begåvade elever? Hur ser undervisningen ut för matematiskt begåvade elever enligt pedagoger? Vad uppger pedagoger som kännetecknen för matematiskt begåvade elever? Vilket stöd och utbildning anser pedagoger ha i arbetet med matematiskt begåvade elever? Frågorna kommer vi att försöka besvara med en undersökning som vi gjort med rektorer och ett antal pedagoger som undervisar i matematik på grundskolan.

1.2 Disposition

Uppsatsen består av fem kapitel. Kapitel två innefattar forskningsöversikt och teorier som är relevanta för undersökningen. I det tredje kapitlet beskrivs de metoder som använts, urvalsgruppen och hur studien genomförts. I kapitel fyra redovisas undersökningen där varje fråga presenteras samt rektorernas och pedagogernas svar på intervjufrågorna skildras. Därefter följer en sammanfattning av svaren samt en analys och diskussion kring den behandlade frågan. Kapitel fem innehåller egna reflektioner över arbetet.

2. Tidigare forskning och teorier

I detta avsnitt presenteras olika forskares syn på områden kring undervisningen av elever som har fallenhet för matematik. Begreppet matematiskt begåvad elev definieras och skolans styrdokument bearbetas. Olika undervisningsmetoder som stödjer elever med begåvning i matematik tas upp och därefter behandlas pedagogens roll i sammanhanget.

Omfattningen av forskning som beskriver undervisningen av matematiskt begåvade elever i svensk skola, är relativt liten. De som publicerat forskningsresultat inom ämnet är bland annat Eva Pettersson och Inger Wistedt. Ellen Winner och Rita Barger, har bedrivit undersökningar och forskning kring särbegåvade elever, framförallt i USA. Nämnade forskare och författares publikationer ligger som grund för den teoretiska utgångspunkten för vårt arbete.

Vi använder oss av den amerikanska matematikdidaktikern Rita Bangers definition av matematiskt begåvade elever då vi talar om dessa. De bör, menar hon, kunna visa prov på flera av följande egenskaper för att de ska anses ha särskild förmåga i matematik:

- De har god taluppfattning
- De har lätt för att räkna och associera
- Då de ska göra svåra beräkningar, skapar de egna metoder men har samtidigt svårt att förklara hur de utför dem
- De blir ofta förvånade över att svaret och lösningen inte är självklar för alla
- De letar efter mönster och kan tidigt föra abstrakta resonemang
- De lär sig matematik på egen hand
- De ser kopplingar mellan nya och gamla kunskaper (Pettersson, 2008, s.25)

När vi beskriver situationer för matematiskt begåvade elever, har vi ibland utgått från forskning kring elever som benämns särbegåvade eller begåvade. Med normalpresterande elever menar vi de som vid TIMSS tester presterat ett resultat inom ramen för medelvärdet för elever i grundskolan i Sverige.

2.1 Styrdokumentet och stöd för matematiskt begåvade elever

Enligt läroplanen ska alla som arbetar i skolan uppmärksamma och hjälpa elever i behov av särskilt stöd (Skolverket, 2006, s.12). På 40-talet uppgavs i skolans styrdokument att stöd skulle ges till elever med låg akademisk förutsättning (Persson, 1997b, s.10). Idag utgår riksdagens dokument och riktlinjer, angående skolan, från Salamancadeklarationen (2006,

s.16-17) och UNESCO, FN:s utbildningsorgan. UNESCO definierade innebörden av elever med behov av särskilt stöd 1995 och menar att dessa är elever med olika handikapp, inlärningssvårigheter och särskilda begåvningar. Elever som är i behov av särskilt stöd är inte uttalat enbart elever med svårigheter (Persson, 1997b, s.10). Lärarna ges i Lpo94 utrymme att tolka vilka elever stödet bör gälla och kan även bejaka särskilda förmågor särskilt stöd (Pettersson, 2008, s.45-46). En del forskning visar att särskilt begåvade elever har både problem och särskilda behov i undervisningen i skolan (Persson, 1997a, s.17). Winner nämner flera goda skäl till att matematiskt begåvade elever bör få specialutbildning. Dels menar hon att skolorna överlag ställer för låga krav, vilket i sin tur leder till underpresterande, dels att skolan har liten betydelse för dessa elevers utveckling av sin talang (1999, s.207).

Läraren skall enligt läroplanen organisera och genomföra arbetet så att eleven utvecklas efter sina förutsättningar och samtidigt stimuleras att använda och utveckla hela sin matematiska förmåga (Skolverket, 2006, s.12). Matematikdidaktikern Eva Pettersson menar att matematiken i skolan domineras av att eleverna enskilt löser rutinuppgifter och repeterar områden som redan är genomgångna. Detta gäller både i Sverige och internationellt sett. Betoningen på rutinmässiga uppgifter reducerar möjligheten för eleverna att genomgå processer där de upptäcker och skapar matematik. Framförallt drabbar detta elever som har lätt för matematik. De får inte tillräcklig stimulans och utmaning utan upplever att arbetet blir ren repetition (2008, s.47-48).

Att organisera arbetet så att det ska passa elevernas varierande förutsättningar kräver, enligt Malmer, planering av läraren och detta är tidskrävande. Även elevens ansvar för lärandet ställer krav på pedagogen. Hon/han måste vara erfaren och kunnig för att fungera som en bra handledare för eleven. Inläring kan endast ske med elevens egna aktiva medverkan. Därför måste lärare och elev samverka och ansvaret hos eleven ökas för att uppnå ett bra förhållande för inläringen (2002, s.25-26).

Flera länder, skriver Pettersson, har särskilda läroplaner för begåvade elever. I dessa länder menar man att en och samma läroplan omöjligt kan tillgodose variationen av anlag, talang, intresse och möjligheter som begåvning innebär. I USA ses fördelarna med en särskild läroplan för begåvade elever, framför allt i att skolans administratörer och lärares medvetenhet ökar om att dessa elever behöver särskilt stöd (2008, s.45).

Att anpassa undervisningen med hjälp av olika läroplaner är ett sätt att differentiera. Olika differentieringsmetoder behandlas i nästa avsnitt.

2.2 Att differentiera undervisningen för att stödja matematiskt begåvade elever

Pettersson menar att det förekommer olika sätt att differentiera undervisningen på för att individualisera den efter elevers olika behov. Då undervisningen på en skola sker i homogena grupper, som skapats med hänsyn till elevers olika kunskapsnivåer, kallas differentieringen organisatorisk. Vid pedagogisk differentiering, sker differentieringen inom den enskilda klassens ramar (2008, s.49).

Matematikdidaktikern Rita Barger ger exempel i en artikel i *Nämnnaren* på pedagogisk differentiering i det ordinarie klassrummet som stödjer matematiskt begåvade elever. Hon anser att dessa elever måste få lägga mindre tid på de traditionella uppgifterna. I början av ett avsnitt i matematikundervisningen, bör ett diagnostiskt test göras, för att läraren ska kunna bedöma vad eleverna redan behärskar, vad de efter lite instruktioner kan lära samt vad de är obekanta med. Att se och öva på delar de redan behärskar kommer att lära dem väldigt lite. Därför ska de få hoppa över undervisningen inom områden de redan förstår. Barger påpekar även att de matematiskt begåvade eleverna bör förse med alternativa uppgifter som fördjupar förståelsen inom det avsnitt som behandlas (2001, s.20).

Winner föreslår en undervisning som differentierar både pedagogiskt och organisatoriskt. Hon menar att elever med fallenhet i matematik kan undervisas en eller två i klassrummet på ett mer stimulerande sätt. Förutom att de bör få hoppa över material de redan känner till, kan de tilldelas forskningsprojekt samt få särskilda mentorer. Denna metod är bättre än att låta dem under större delen av tiden ta del av undervisningen på normal nivå för att sedan bli skickad på berikad undervisning, en eller två gånger i veckan (1999, s.226).

Mentorsundervisning är ett sätt att berika en enskild elev och är exempel på organisatorisk differentiering. Pettersson beskriver i sin studie, en matematiskt begåvad grundskolelev som fick undervisning av en gymnasielärare. Vid deras möten kunde eleven ställa frågor till och diskutera med mentorn inom matematikområden utanför det ordinarie undervisningsutbudet (2008, s.120).

För att stimulera matematiskt begåvade elever, diskuteras internationellt främst två huvudmodeller av differentierad undervisning. De kallas acceleration och berikning och behandlas under de två följande rubrikerna.

2.2.1 Acceleration

Acceleration klassas som en hastighetsindividualiserad undervisningsmetod och innebär att eleven räknar framåt i sin egen takt. De elever som har förmåga i matematik kan då arbeta fortare än sina kamrater. I vissa fall arbetar eleverna med klasskamraterna, enskilt eller i nivåanpassade grupper. I andra fall kan de flyttas uppåt i årskurserna. Acceleration kan även betyda att eleven startar skolan tidigare än normalt och kan då ges möjlighet att ta examen före sina jämnåriga. Fördelarna med acceleration är, enligt Pettersson, att den matematiskt begåvade eleven alltid kan jobba på i sin egen takt, utan att vänta in sina kamraters förståelse och slipper repetera områden den redan kan. En nackdel kan vara att gemensamma genomgångar och diskussioner kring matematik nästan inte förekommer i en klass som undervisas med acceleration, eftersom eleverna arbetar med olika områden och ibland olika årskurser. En annan kan vara att lärarens kunskaper kanske inte räcker till då eleven når en viss nivå (2008, s.50-51).

Varför skall fysisk storlek och ålder vara viktigare än förmåga vid gruppindelning? Det är en fråga som de som förespråkar accelerering ställer. De hävdar, menar Winner, att det är av mycket större betydelse att placera matematiskt begåvade elever bland likar än bland jämnåriga. Om de inte accelereras, upptäcker de att de är olika sina jämnåriga klasskamrater. Genom att hålla kvar en elev i en viss årskurs, trots att den behärskar matematiken på en högre nivå, räddas den inte från utanförskap, utan berövas istället viljan att lära. En del rektorer som är emot ett accelererande undervisningssätt menar att elever som accelereras kommer att sakna kamrater eftersom de inte undervisas med elever i samma ålder. Ingen undersökning visar på att elever som undervisas enligt accelerering tar skada av detta varken kognitivt, socialt eller känslomässigt, vilket är ett viktigt resultat. Gross beskriver fall där sällsynt begåvade elever som enbart accelereras måttligt eller inte alls, drabbas av frustration, leda och ibland social avskildhet (Winner, 1999, s.206-207, 223).

Förutom att differentiera undervisningen med accelerering, kan en undervisningsmodell som fördjupar kunskaperna i matematikämnet användas, så kallad berikning. Denna modell beskrivs härnäst.

2.2.2 Berikning

Undervisningsmodellen som kallas berikning är närbesläktad med accelerationsmodellen. En undervisning med tyngdpunkt på berikning innebär även acceleration, menar Persson. Då acceleration syftar till att ta hänsyn till de matematiskt begåvade elevernas höga arbetstempo,

avser berikning den utveckling som ger läroplanen större bredd och djup för att passa dessa elevers stimulansbehov (1997a, s.287-289).

Med berikning menas, skriver Pettersson, att eleven arbetar med samma område som sina kamrater i klassen men får andra fördjupande uppgifter. Det kan även innebära att i väntan på att kamraterna ska hinna ikapp, får eleven arbeta med domäner som skolan vanligtvis inte erbjuder. Sådana områden kan vara Gyllene snittet, Fibonaccis talföljd (talföljd med speciella egenskaper som kan användas på olika sätt inom matematiken), bevis och logisk problemlösning. Dessa fördjupningar kan utmana eleverna på ett annat sätt än det vanliga matematikinnehållet. Fördelar med berikning är att även de matematiskt begåvade eleverna är med i diskussioner och genomgångar i klassen och att de stimuleras med fördjupningsuppgifter. Nackdelen är att pedagogen inte har tillräckligt med tid eller vetskap för att utmana elevens kunskap och intresse för matematik (2008, s.50).

En viktig aspekt av planeringen av hur undervisningen av matematiskt begåvade elever skall se ut, är att de ges möjlighet att träffa andra med samma begåvning och i ungefär samma ålder, uppger Persson i USA och Australien tillämpar ibland grundskolor särskilda samlingsgrupperingar. Närbelägna skolor organiserar tillsammans berikningstillfällen för matematiskt begåvade elever. Samarbetet innebär att skolorna delar på kostnaderna och ger på så vis även skolor med sämre resurser möjlighet att tillämpa berikningsprogram (1997a, s.288).

Differentierad undervisning kan även anpassas till en hel grupp elever. Grupperingen kan utformas på olika sätt för att uppnå olika mål och beskrivs under nästa rubrik.

2.2.3 Gruppering

Gruppering är en form av organisatorisk differentiering av undervisningen. Eleverna kan grupperas tillfälligt eller under en längre tid, utifrån deras förkunskaper eller arbetskapacitet (Löwing, 2006, s.108).

En homogent indelad grupp kan betyda att gruppen har gemensamma förkunskaper i matematik. Förespråkare för en sådan indelning menar att de matematiskt begåvade eleverna bäst tillfredsställs om de bildar en egen grupp (Nämnaren, 1995, s.134-135). En ofta praktiserad strategi för homogen gruppering, skriver Pettersson, är att dela in eleverna efter deras förmåga att tillgodogöra sig vissa moment, en så kallad nivågruppering. Under förutsättning att eleverna får lära sig områden som de inte skulle kunna ha möjlighet att komma i kontakt med annars, har en sådan differentiering en positiv effekt på matematiskt begåvade elever. Det som avgör om eleverna uppnår bättre resultat är inte grupperingen utan

snarare skillnader i kursinnehåll, undervisning och vad som sker i själva gruppen (2008, s.49-50). De olika nivågrupperna ges då tillfällen att i ungefär samma takt lösa uppgifter tillsammans. Denna typ av nivågruppering, menar Persson, har visat sig vara mycket givande och effektiv för matematiskt begåvade elever men av liten betydelse för de normalpresterande. Om nivågruppering ska gynna de matematiskt begåvade eleverna bör de, enligt forskningsresultat som Karen B. Rogers och Pieter Span kommit fram till, grupperas tillsammans och tillbringa större delen av skoldagen i denna grupp (1997a, s.289). Även paret Kuliks studier visar en positiv effekt på elever med stor förmåga, då de nivågrupperas. Däremot minskar, enligt undersökningarna, elevernas självaktning något i de avancerade grupperna. Anledningen tros vara att de matematiskt begåvade nu måste jämföra sig med andra högpresterande elever. Kuliks forskning visar även att självaktningen hos eleverna i de mindre avancerade grupperna ökade. Detta trots det starkaste argumentet mot gruppering efter förmåga, som hävdar att självaktningen skadas hos eleverna i de mindre avancerade grupperna. I grundskolan grupperas eleverna oftast efter förmåga inom klassen. Effekterna av en sådan indelning är små men positiva för alla elever, oavsett vilken färdighetsnivå. Gruppering kan även göras över årskurserna, där en grupp matematiskt begåvade elever undervisas med äldre lågpresterande. De som vinner mest på detta är, enligt paret Kulik, de svagare eleverna (Winner, 1999, s.221-222).

Heterogen gruppering innebär att elevernas kunskaper och förförståelse varierar. De som förespråkar heterogena grupper, menar att de matematiskt begåvade eleverna fördjupar sina matematikkunskaper genom att hjälpa sina kamrater (Nämnen, 1995, s.135). Särbegåvningsforskarna Rogers och Span menar att grupparbeten inom klassen med både särbegåvade och inte särbegåvade elever som regel bör undvikas, utom vid situationer då syftet är att utveckla elevernas sociala kompetens (Persson, 1997a, s.289-290).

Wallby, Carlsson och Nyström hävdar att differentierad undervisning i form av nivågruppering, varken är bra eller dålig för elevers prestationer. De menar att forskningsresultat i frågan är svårtolkad och avsikten med grupperingen ofta oklar. Undervisningen som sker i nivågrupperna problematiseras inte och effekterna av en sådan undervisning kan därför inte utvärderas. Nivågruppering har en tendens, menar de, att skolan blir uppdelad både på ett socialt och utbildningsmässigt plan (2001, s.98-101).

Oavsett gruppens sammansättning, ger den möjlighet till diskussioner och samtal kring matematik. Detta är viktigt ur olika aspekter och presenteras i nästa avsnitt.

2.3 Kommunikation och samtal

Rita Barger (2001) skriver i en artikel i *Nämnnaren*, att begåvade elever, precis som andra, är i behov av att komma i kontakt med matematiska begrepp och processer. Läraren ska samtala med dem, visa på problem eller missuppfattningar som eleven stöter på och leda dem vidare i utvecklingen av sin matematikkunskap. Barger menar att matematiskt begåvade elever behöver stöd, lämplig handledning och undervisning för att bli framgångsrika. Inställningen att de klarar sig själva, är felaktig, menar hon (2001, s.18-19). Den mest avgörande faktorn för en framgångsrik inläring i ämnet matematik är, enligt Löwing, kommunikationen och dess didaktiska kvalitet. Denna bygger på tre huvudsakliga komponenter: Lärarens kunskap i det hon/han undervisar i, lärarens förmåga att belysa det som hon/han undervisar om samt lärarens hänsynstagande till elevernas abstraktionsförmåga och förförståelse (2006, s.19).

Som tidigare nämnts, understryker Pettersson, att den självständiga räknande matematiken som i dag dominerar matematikundervisningen, ger litet utrymme för kommunikation och problemlösning (2008, s.115). Även Inger Wistedt, professor i didaktik skriver i en artikel i *Nämnnaren* att det inte finns någon grund för samtal om matematik i många klassrum. Eleverna arbetar ofta själva och har oftast inget gemensamt att tala om inom matematik (*Nämnnaren*, 2005, s.55).

Att samtal är viktiga för utvecklingen av det egna tänkandet, styrks av Vygotskijs teorier (Bråten, 1998, s.83-84). Samtal med eleverna ger dem möjlighet att ta del av varandras kunskaper och hjälper pedagogen att fastställa på vilken nivå undervisningen är lämplig att lägga och ger en uppfattning av elevers tidigare kunskaper om ämnet. Han menar att läraren ska stötta, bekräfta och uppmuntra eleven. På så vis kan den ta ett steg vidare i sin utveckling. Samarbete mellan elever och pedagoger där pedagogen stimulerar eleven till aktivt arbete med andra, har stor betydelse för den intellektuella utvecklingen. Mognaden som sker här av, kallar Vygotskij för den proximala utvecklingszonen (Evenshaug och Hallen, 2001, s.135-137). Vygotskij betonar att språket har en avgörande betydelse för vårt sätt att tänka och lösa problem. Språket, menar han är som en bro mellan inre tanken och det vi uttrycker. Det inre talet utvecklas genom att eleven förses med komplicerade uppgifter som den behöver hjälp med av andra för att lösa (Engström, 2006, s.68-70).

Roger Säljö skriver om lärande ur ett forskningsperspektiv, där olika former av kommunikation med elever sker. Genom delaktighet i sociala sammanhang sker lärande som i sin tur leder till nya erfarenheter. I planeringen av undervisningen, menar han, ska det finnas tillräckligt med utrymme för att kunna diskutera kring nya fakta, så att lärandeprocessen blir

en dialog. Att ge utrymme för fria samtal är därför viktigt så att eleverna kan diskutera med och lära av varandra. Lärandet är situationsbundet och bygger på ett socialt sammanhang, sett såväl som en individuell som en kollektiv process (2000, s.24-34, 62-72, 232).

Förutom att skapa situationer för samtal, har pedagogens roll stor inverkan på undervisningen. Lärares betydelse för elever med begåvning i matematik behandlas härnäst.

2.4 Pedagogens roll

Enligt Löwing är matematikundervisning en sammanhängande helhet som kräver att läraren både har djup ämneskunskap och är didaktiskt skicklig (2006, s.156). Även Pettersson påpekar vikten av lärarens kompetens för elevers utveckling i matematik. Denna kompetens bör visa sig, menar hon, genom att läraren kan anpassa undervisningen efter elevens behov, kan undervisa med olika metoder, har kunskap i olika sätt att gruppera elever, skapar motivation i lärandet, strukturerar undervisningsstoffet samt ställer komplexa frågor. De ska även ha förmågan att fånga upp elevernas idéer och vidareutveckla dessa. För att kunna detta, måste läraren ha goda ämneskunskaper inom matematik. Vidare, menar Pettersson, bör pedagogen ha förmåga att se och lyfta fram elevers styrka samt kunna knyta samman elevers okonventionella kunskaper med matematiska abstraktioner (2008, s.36-37).

Pedagogen måste, enligt Winner, lägga undervisningen på rätt nivå för att inläringen ska bli effektiv. Blir utmaningarna för små, riskerar eleverna med fallenhet för matematik att underprestera, vilket i sin tur kan leda till låg självaktning. Utbildningspsykologen Hank Levin menar att om undervisningsnivån läggs på en högre nivå med ett snabbare tempo, lyfts alla elever, oavsett vilken nivå de befinner sig på. Han anser även att om lärare använder berikningsmaterial i sin undervisning i en ordinär klass, gynnas alla elever (1999, s.209, 227-229).

Förutom djup kunskap i ämnet matematik, krävs även, som tidigare nämnts, didaktiska kunskaper av läraren. Hon/han bör ha förmågan att upptäcka vilka elever som är begåvade i matematik, vilket beskrivs under nästa rubrik.

2.4.1 Hur pedagoger upptäcker matematisk begåvning

Linda Sheffield beskriver ett antal karaktärsdrag hos matematiskt lovande elever. För lärare som ska upptäcka och bemöta dessa, kan de bli ett användbart verktyg. Karaktärsdragen är följande:

- De har matematiskt sinne: ser strukturer och matematik i olika situationer, känner igen och skapar mönster och kategoriserar information.
- De har sinne för matematisk generalisering och formalisering: förenklar strukturen på ett problem, är logiska och tänker symboliskt, har god rumsuppfattning och upptäcker bevis.
- De är matematiskt kreativa: kan använda information på ett flexibelt sätt, kan ta ett resonemang från beräkning till visuell skildring och från symbolisk till grafisk förklaring, väljer originella metoder vid problemlösning, strävar efter tydlighet och elegans i sitt lösningsförfarande.
- De är matematiskt nyfikna och har matematisk uthållighet: frågar ofta ”Varför?” eller ”Men om?” och är nyfikna på matematiska relationer och problem, har uthållighet då det gäller att lösa svåra matematiska problem (Pettersson, 2008, s.24-25).

Socialt förknippade egenskaper kan också vara kännetecknen på att en elev har särskild fallenhet för matematik. De kan, menar Pettersson, vid tidig ålder uttrycka sig och samtala med vuxna, är frågvisa, föredrar att umgås med äldre, kan bete sig arrogant och ointresserade då de är uttråkade eller frustrerade samt är otåliga över skolarbetet som de anser sakna egentlig mening (2008, s.27-30).

Även Rita Bargas definition, som beskrivs i kapitel 2, kan vara till hjälp då elever med begåvning i matematik ska identifieras. En del av karaktärsdragen hon beskriver, upptäcks i gruppdiskussioner. Att samtala kring matematik har många funktioner. Enligt Krutetskiis forskningsstudie är det framför allt genom samtal med eleverna som de matematiskt begåvade upptäcks (Pettersson, 2008, s.128).

För att läraren ska kunna utföra sitt uppdrag fordras en kompetent utbildning. Lärares kompetens och utbildning behandlas i nästa stycke.

2.4.2 Pedagogers kompetens

Lärarstuderande ges varken undervisning i hur elever med särskild fallenhet för matematik upptäcks eller undervisas. Denna faktor, tillsammans med att det svenska skolsystemet saknar ett specifikt tillvägagångssätt för att identifiera dessa, försvårar enligt Persson situationen att tillgodose dessa elevers behov (1997b, s.3, 25).

Lärarskicklighet nås genom träning, i samarbete med kolleger och mentorskap. Svårigheten med att utveckla lärares skicklighet och ämneskunskaper i arbetet med

matematiskt begåvade elever är, menar Pettersson, att det kanske saknas prioritering och resurser (2008, s.35-36,42, 47).

I USA krävs en specialutbildning för de lärare som undervisar elever med särskilda begåvningar, så kallade Academically Gifted Students, (AG-students). I utbildningen studerar pedagogerna både olika undervisningsmetoder som ska stimulera matematiskt begåvade elever och hur dessa upptäcks. De certifierade AG-pedagogerna och klasslärarna samarbetar och konsulterar ständigt. En årlig uppdatering av utbildningen ges de certifierade lärarna och skolans rektorer. Även klasslärare får utbildning i hur begåvade elever upptäcks, hur undervisningen kan differentieras i klassrummet samt hur samarbetet med en AG-certifierad pedagog kan utformas (Mathis, 2007, s. 8, 11, 14, 18-29, 43).

2.5 Val av tidigare forskning och teorier vid analys av studien

Vid analysen av empirin används forskningsresultat av Winner, Pettersson och Barger då rektorers och pedagogers syn på stödåtgärder behandlas. Då matematikundervisningen utreds används Vygotskijs teorier samt Petterssons, Winners, Bangers och Perssons studier. Analysen av hur pedagoger upptäcker matematiskt begåvade elever baseras på Bangers forskning och Vygotskijs teorier. Utvärderingen av pedagogers syn på stöd och utbildning i arbetet med matematiskt begåvade elever sker med hjälp av Perssons undersökningar.

3. Metod

I detta kapitel följer en presentation av metoden som använts. Etiska övervägningar som gjorts inför undersökningen redovisas och analysmetoden förklaras. Därefter följer en beskrivning av urvalet och hur studien genomförts.

3.1 Val av metod

Fokus i detta arbete ligger på att undersöka hur matematikundervisningen kan se ut för de matematiskt begåvade eleverna. Syftet med att vi valt intervjuer som metod är att kunna upptäcka och identifiera egenskaper eller fenomen i en situation. Patel och Davidson menar att vid intervjuer ges intervjupersonen utrymme att svara med egna ord (2003, s.78) och kan då uppvisa en djupare förståelse av situationen som undersöks. Frågorna har ställts genom e-mail kontakt och bygger på brevmetoden.

Brevmetoden är en intervjumetod som används för att undersöka ett visst beteende i en viss kultur, t.ex. skolan. Brevmetoden, menar Berg, förutsätter att undersökningsgruppen är motiverad och engagerad i studien som ska göras, eftersom urvalsgruppen får en eller flera frågor i form av ett brev som de sedan ska besvara enskilt (2008-10-25, s.1). Vi förutsätter att urvalsgruppen är engagerad i frågan, eftersom alla är matematikpedagoger och för att vi upprättat en kontakt med dem innan intervjutillfällena.

Att vi valt att ställa frågor via e-mail beror på att metoden ger möjlighet att snabbt undersöka vilka som är intresserade av att ingå i undersökningsgruppen. fördelar är även att intervjupersonen själv kan välja när frågan ska besvaras och att undersökaren inte har någon direkt påverkan på den som svarar. Nackdelar med metoden är risk för visst bortfall, frågor kan misstolkas och att undersökningen kan uppfattas som mindre seriös än en studie gjord öga mot öga (Hultén, Hultman och Torsten, 2007. s.78).

3.2 Intervjufrågor

Rektorererna har svarat på frågan:

- Finns det resurser ämnade för begåvade elever på er skola?

Till pedagogerna ställdes frågorna:

- Om du haft en matematiskt begåvad elev, hur har du upptäckt det?
- Hur har du arbetat med dessa elever?
- Känner du att du har tillräckligt med stöd i form av resurser och utbildning i arbetet med matematiskt begåvade elever?

- Vad skulle du vilja ha för stöd, resurser och utbildning då du undervisar elever med matematisk begåvning?

3.3 Etiska överväganden

Vetenskapsrådet tar upp två övergripande och grundläggande krav på hur forskning bedrivs i sin skrift: *Forskningsetiska principer inom humanistisk -samhällsvetenskaplig forskning*. De krav som sätts upp för studien som ska genomföras måste alltid vägas mot varandra. Vidare bör forskaren göra en bedömning av frågorna som ställs och de kunskaper som undersökningen ger. De kunskaper som undersökningen kan ge, skall även värderas mot konsekvenserna av negativa risker för berörda undersökningspersoner och eventuellt tredje person. Det första kravet kallas forskningskravet och innebär att kunskaper utvecklas, fördjupas och metoder förbättras med den genomförda forskningen. Detta ställer samtidigt krav på skydd för individen och bygger på att forskningen bedrivs med väsentliga frågor och med hög kvalitet (Vetenskapsrådet, 2002, s.5). De forskningsetiska principerna har som syfte att ge riktlinjer för förhållandet mellan forskare och undersökningspersoner. Individskyddskravet byggs på fyra huvudkrav på forskningen, de är följande: Informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. Informationskravet innebär att forskaren informerar berörda om undersökningens syfte och upplyser om att deltagande är frivilligt.

Det andra kravet, samtyckeskravet, ger rätt till att deltagare själv bestämmer över sin medverkan. Konfidentialitetskravet har som uppgift att skydda undersökningspersonernas identitet och personuppgifter på så sätt att ingen obehörigt kan ta del av dem. Det sist nämnda kravet, nyttjandekravet, innebär att det insamlade materialet endast ska användas för forskningsändamål (2002, s.6-14).

Vi har tagit hänsyn till samtliga krav i vårt examensarbete och har arbetat som följer: Brevintervjuer har använts vid insamlingen av empirin. Alla personer som deltar i undersökningen med brevintervjuer, har informerats skriftligen om arbetets syfte. I den första brevintervjun ställdes frågan om personen ville delta i undersökningen. Då förklarades också att medverkan är frivillig och att deltagaren ges möjlighet att läsa och kontrollera att de inte blivit felciterade, innan examensarbetet färdigställts. De intervjuade är avidentifierade i arbetets text och inga personuppgifter finns registrerade. Det empiriska materialet används endast i detta examensarbets sammanhang.

3.4 Analysbeskrivning

Analysen av undersökningen redovisar hur studiens urvalsgrupp ser på stöd, undervisningens utformande samt pedagogers stöd och utbildning i arbetet med matematiskt begåvade elever. För att kunna besvara frågeställningarna, behövs det systematisering, komprimering och bearbetning av studiens insamlade material.

Patel och Davidson skriver att det inte finns en bestämd metod eller arbetssätt för bearbetning av empiri (2003, s.121). Vår empiri har samlats in och sorterats i en mapp med varje intervjupersons svar på frågorna. Därefter har en kategorisering av alla insamlade svar utförts utifrån varje fråga som ställts. De olika kategorierna har sedan bearbetats med resultat från tidigare forskning, för att kunna belysa studiens syfte och frågeställningar.

3.5 Urval

Pedagogerna i urvalsgruppen är i olika åldrar och undervisar i matematik i grundskolan. Deras kön, ålder och antal år de arbetat i skolan redovisas i tabellen nedan.

Kön	Ålder	Arbetat antal år i skolan
Man	63	37
Kvinna	43	20
Kvinna	36	15
Kvinna	53	32
Kvinna	36	11

Rektorerna är båda kvinnor, deras ålder och antal år de har arbetat i skolan redovisas inte i tabellen.

Alla forskare måste ställa en grundläggande fråga: Motsvarar den gruppen man undersöker en större population? (Hultén, Hultman och Torsten, 2007. s. 78-79). Enligt SCB statistik från 2004 arbetar i grundskolan 76 % kvinnliga och 24 % manliga lärare. För att få en representativ könsfördelning bland pedagogerna i undersökningsgrupp, bör gruppen bestå av två män och sex kvinnor. Trots att urvalsgruppen är relativt liten, har vi försökt att göra den representativ. Pedagogerna är en man och fyra kvinnor och rektorerna är båda kvinnliga. Lärarna och rektorerna i vår undersökning arbetar på fyra olika skolor i en medelstor kommun i Sverige. En skola har cirka 200, två skolor 300 och en 600 elever. Av de sju intervjupersoner som utgör urvalet, är två rektorer och fem behöriga lärare som har undervisat i matematik i minst tio år. För närvarande undervisar en av respondenterna i en integrerad klass skolår 1-2,

en i skolår 4, en i skolår 5 och en i skolår 6. En arbetar på högskola sedan en termin tillbaka och har tidigare undervisat i en integrerad klass med elever i skolår 4-6.

3.6 Genomförande

Utgångspunkten för arbetet har varit TIMSS rapport för elevers matematikkunskaper år 2003. Då vi studerade denna uppmärksammade vi skillnaderna mellan länders andel av högpresterande elever, vilket var anledningen till det område vi valt att studera. I relation till tidigare forskning och vad denna säger om hur matematiskt begåvade elever kan stödjas i undervisningen, ville vi undersöka undervisningssituationen på en skola i en mellanstor kommun i Sverige.

En presentation av undersökningens syfte och förfrågan om att vara med i undersökningsgruppen, skickades via e-mail till flera pedagoger och rektorer. Efter visst bortfall kvarstod två rektorer och fem pedagoger.

En fråga i taget har ställts till urvalsgruppen. Dels för att svaren skulle kunna bearbetas på ett överskådligt sätt och dels för att relevanta följdfrågor skulle kunna ställas. Svarebrev med liknande innehåll inordnades sedan i olika kategorier med gemensamt innehåll. Valet av detta arbetssätt var att för att skapa struktur i det insamlade materialet, vilket styrks av Berg (2008-10-25, s.4).

4. Resultat

I detta kapitel redovisas undersökningen. För varje ställd fråga presenteras svaren och slutsatserna klargörs. Därefter följer en diskussion med anknytning till tidigare forskning. Rektorerna i urvalsgruppen benämns Rektor 1 och 2 och pedagogerna Pedagog 1-5. Pedagog 1 har valt att svara utifrån elever med matematiskt intresse istället för matematiskt begåvade.

4.1 Stöd åt matematiskt begåvade elever

Frågan som rektorerna fått svara på är följande: Finns det resurser ämnade för begåvade elever på er skola? Till pedagogerna ställdes frågan: Vilket stöd ges matematiskt begåvade elever?

4.1.1 Rektorernas och pedagogernas svar angående stödåtgärder

På frågan gällande resurser, svarar Rektor 1 att fördelningen av resurserna är en prioriteringsfråga och måste hållas inom skolans budgetramar. Några speciella resurser ämnade för matematiskt begåvade elever finns inte, menar hon.

Rektor 2 svarar:

”Det finns inga speciella resurser för begåvade barn på vår skola.”

Pedagog 1 uppger att hon aldrig haft någon matematiskt begåvad elev, eftersom hon tolkar begreppet som elever med speciella egenheter, absolut utöver det vanliga. Matematikintresserade elever har hon haft många under åren hon undervisat.

Pedagog 2 svarar:

”Tyvärr blir det lätt så att de begåvade eleverna ”får klara sig själva”. Man har fullt upp med de svaga, de stökiga och resten av klassen. Att hitta utmaningar till de som behöver det är inte prioritet ett”.

Pedagog 3 förklarar att hon inte undervisar de matematiskt begåvade eleverna speciellt annorlunda än de andra. Pedagog 4 uppger inga stödåtgärder åt eleverna. Pedagog 5 påpekar vikten av att de matematiskt begåvade eleverna måste tränas i att arbeta självständigt då flera elever i klassen behöver mycket stöd i undervisningen. Hon menar dock att det finns ett behov av stödåtgärder även för de begåvade:

”Man skulle ju önska att de elever som har kommit långt i matematik kunde få komma och få lite extra stimulans hos specialpedagogen men det har jag aldrig varit med om att det går att genomföra.”

4.1.2 Sammanfattning av stödåtgärder

Rektorernas svar visar på att speciellt stöd eller särskilda resurser, ämnade för matematiskt begåvade elever, inte finns på deras skolor. Skolans resurser i form av specialundervisning avsätts endast till de lågpresterande eleverna. Utifrån detta kan antas att elever som redan nått målen, inte faller inom ramen för prioriteringar av fördelningen av stödåtgärder.

Pedagogernas svar visar att inga elever med speciell begåvning i matematik får special- eller stödundervisning. Majoriteten av lärarna tolkar, att elever som har behov av stöd, är de som underpresterar och inte förmodas nå målen för läroplanen. Endast en av de svarande ser att det skulle behövas stödundervisning även för de högpresterande. Hon läser för närvarande en fortbildningskurs på deltid, som bland annat behandlar ämnet att undervisa matematik med elever på olika nivåer. Hennes insikt om begåvades stödbehov, kan vara kunskapen hon förvärvat under fortbildningen.

4.1.3 Analys och diskussion kring stödåtgärder

Insikten om att även matematiskt begåvade elever är i behov av stöd och specialundervisning tycks saknas hos både rektorer och majoriteten av pedagoger. Detta kan bero på att det inte finns tillräcklig kunskap om dessa elevers behov. Anledningen kan också vara att resurserna för specialundervisning inte räcker, enligt den organisation som råder, för att täcka både de som inte når målen och de som behöver mer utmaning. Att specialundervisning för elever med fallenhet för matematik uteblir, är inte helt i enighet med Salamancadeklarationen (2006, s.16-17) och Europarådets rekommendation 1248 (Europarådet, 1994, pkt.3), som menar att elever med särskild begåvning är i behov av särskilt stöd.

Det är inte alltid uppenbart att en elev har särskild fallenhet för ett ämne. Det finns en risk att högpresterande elever underpresterar, eftersom de inte behöver använda sin fulla potential för att nå ett gott resultat. En effekt av att skolan ställer för låga krav är att elever med särskild begåvning för matematik presterar under sin kapacitet, menar Winner. De bör därför ges specialutbildning (1999, s.207).

Om nivån på målen i grundskolan skulle sättas högre, skulle kanske fler stimuleras i den ordinarie undervisningen. Behovet av stödundervisning, för att utveckla elevers begåvning, skulle eventuellt därför minska. En av de intervjuade pedagogerna säger att det beror på lärarens tolkning om eleven är matematiskt begåvad eller ”bara” intresserad av ämnet. Liksom att ha ansvar för att tolka vem som är begåvad, har pedagogen ansvar för att tolka vem som är i behov av stöd. Den idag gällande läroplanen ger lärarna utrymme att tolka vilka elever som ska ges stödåtgärder, vilket betyder, enligt Pettersson, att även elever med särskilda förmågor

inbegrips. Hon menar att det undervisningssättet som dominerar i grundskolan idag, inte ger de matematiskt begåvade eleverna det stöd och som de behöver för att utveckla sin förmåga (Pettersson, 2008, s.45). Eller som Rita Barger uttrycker det:

”Dessa barn måste få se den inneboende skönheten och uppleva spänningen i matematiken. Att ha höga krav på begåvade elever betyder att läraren måste förvänta sig att dessa elever lär sig ny och meningsfull matematik varje dag, inte bara någon gång ibland. Höga krav på begåvade elever är idag snarare undantag än regel i de flesta klassrum.” (2001, s.19).

4.2 Matematikundervisningen för matematiskt begåvade elever

Gällande undervisningsmetoder ställdes frågan till pedagogerna: Om du har haft matematiskt begåvade elever, hur har du då arbetat med dessa?

4.2.1 Pedagogernas svar angående undervisningen

Pedagog 1 svarar:

”Dessa elever har tidigt fått utmaningar med att arbeta med stora, spännande tal. De har haft möjlighet att experimentera med olika material och fått arbeta helt utifrån sin egen nivå. Jag har aldrig låtit dem följa någon baskunskap utan helt lyssnat och följt deras egna behov. Däremot har jag varit noga med att inte bara släppa iväg dem utan handledning! \...\ de har också möjlighet att arbeta med äldre barn eller andra barn med samma brinnande intresse oberoende av klass eller ålder.”

Undervisningen för Pedagog 2 sker genom att eleverna räknar självständigt på utmanande nivå i matematikboken. Hon berättar:

”De flesta vill ha utmaningar i form av att få arbeta vidare i nästa årskurs bok. De vill arbeta i sin egen takt och känna att de lär sig nya svåra saker.”

Utöver matematikbokens uppgifter erbjuder hon ibland ”mattekluringar och ”tankenötter”. Vid genomgångar av nya moment och praktiska övningar, är alla elever med. Hon säger att det blir repetition för de begåvade, men att det känns nyttigt.

Pedagog 3 svarar att hennes elever får räkna i sin egen takt men inte påbörja nytt kapitel i läroboken. Efter att de räknat klart kapitlet får de andra utmaningar som ”mattekluringar”. Hon använder sig mycket av NCM (Nationellt Centrum för Matematikutbildning) på nätet och alla elever är med vid gemensamma genomgångar, praktiska moment och diskussioner.

Pedagog 4 uppger att eleverna tillåts räkna framåt i sin egen takt, även över stadiegränserna. Han påpekar att eleverna inte ska räkna flera tal av samma sort utan få svårare uppgifter, så att

de kan stimuleras och utvecklas. Han säger även att han inte tror att nivågruppering är ett bra sätt att differentiera undervisningen på och menar att en sådan indelning kan medföra sociala problem för eleverna. Minskad trygghet, och annan konkurrens nämns som effekter av en sådan indelning och kan, enligt respondenten, dämpa elevernas intresse för matematik.

Pedagog 5 svarar att hennes elever får räkna i sin egen takt och att alla eleverna i klassen arbetar med samma tema men inom olika talområden. Hon berättar:

”Det är sällan en veckoplanering för dessa elever kan genomföras. Jag brukar ha en planerad genomgång för dem inom ett område och så har jag valt material till dem. De frågar under arbetets gång. Alla praktiska genomgångar, diskussioner och genomgångar är alla barn med på... För att dessa elever inte bara ska sitta och räkna vidare i sin egen takt krävs det att man har tid för genomgångar och samtal med dessa elever”

Hon säger även att hon inte tror på nivågruppering som undervisningsmodell mer än om det sker någon gång per vecka och påpekar:

”Jag tror dock att ju äldre eleverna är desto större blir skillnaden mellan eleverna och just dessa elever behöver kanske ännu mer ”egen matematik” på den nivå de är.”

4.2.2 Sammanfattning av undervisningen

Alla tillfrågade pedagoger ger eleverna möjlighet att räkna vidare i sin egen takt, vilket tyder på att de differentierar undervisningen med acceleration. Två svarande använder sig av nivåanpassat material och fördjupande uppgifter inom samma tema som resten av klassen, vilket visar att de använder sig av berikningsmodellen. Det material som två respondenter benämner ”tankenötter” och ”mattekluringar”, kan tyda på viss form av berikning, eftersom det troligen rör sig om problemlösningsuppgifter. Differentiering i form av nivågruppering, förekommer endast hos en svarande, som låter högpresterande arbeta tillsammans med äldre eller jämlika elever. Hur stor del av matematikstudierna som läggs på berikande undervisning är ovisst. Majoriteten av svaren tyder på att undervisning, utöver det material läroboken erbjuder, förkommer sällan på grund av lärarnas tidsbrist. Gemensam undervisning sker framförallt då nya avsnitt i matematikboken presenteras.

4.2.3 Analys och diskussion kring undervisningen

Resultatet visar på att accelereringsmodellen och självständigt räknande i läromedel dominerar undervisningen. Detta ger inte de matematiskt begåvade eleverna de bästa förutsättningarna för att utveckla sin förmåga, enligt Pettersson (2008, s. 48). Accelerering är nödvändigt i flera avseenden i undervisningen av högpresterande elever. Deras snabba

arbetstempo tillgodoses och de behöver inte vänta in de andras förståelse. Begåvade elever, menar Gross, som inte accelereras, drabbas av frustration, leda och ibland social avskildhet. (Winner, 1999, s. 223). Accelerering bör dock varvas med berikning för att bredda elevens kunskap och för att den ska känna stimulans i lärandet. Med berikningsmodellen kan elever utmanas med områden som det ordinarie undervisningsmaterialet inte gör, enligt Pettersson (2008, s.50).

Om eleverna accelereras, betyder det att de kan arbeta med olika domäner och ibland olika årskurser. Samtal och diskussioner som ska upplevas relevant för alla elever, kan därför bli svårt att genomföra. Gemensamma samtal, diskussioner och genomgångar kan vara både positivt och negativt för matematiskt begåvade elever. För utveckling av det egna tänkandet är samtalet viktig, menar Vygotskij (Bråten, 1998, s.83-84). I gruppdiskussioner ges eleverna möjlighet att lära sig nya begrepp. Vidare får de utrymme att diskutera sina och andras lösningar på uppgifter och problem. En risk är att de ser och övar på områden de redan behärskar, vilket lär dem väldigt lite. De bör därför, enligt Barger, få hoppa över undervisning som behandlar de delar de redan förstår (2001, s.20). En annan aspekt är att de högpresterande kan motivera och väcka intresse hos sina klasskamrater, då de får ta del av deras resonemang.

Differentiering i form av nivågruppering förekommer enligt undersökningen i väldigt liten utsträckning. En av anledningarna till detta uppger en pedagog vara minskad självsäkerhet hos de berörda eleverna. Vid nivågruppering efter förmåga kan, enligt Kulik, självaktningen hos de begåvade eleverna minska något (Winner, 1999, s.221-222). Karen B. Rogers och Pieter Span menar att om nivågruppering ska vara gynnsam för de matematiskt begåvade, bör de grupperas tillsammans och undervisas övervägande delen av skoldagen i denna (Persson, 1997a, s.289). Persson berättar om en 11-årig begåvad elev som vid grupparbeten i sin klass, upplevde sig utnyttjad eftersom han ibland fick göra hela arbetet själv. Han ogillade ofta grupparbeten eftersom han tyckte att arbetet gick för långsamt. (1997a, s.289-290). Situationen är kanske inte helt unik. Differentiering av olika slag behövs, vilket även den statliga matematikdelegationen har uppmärksammat. Den anser att elever med särskild talang inom matematik ska få specialorganiserad vägledning och särskilda utmaningar i skolan (Lärarnas Riksförbund, 2008-12-15).

4.3 Att upptäcka matematiskt begåvade elever

För att utreda pedagogers olika metoder för att upptäcka elever med fallenhet för matematik, ställdes frågan: Hur upptäcker du matematiskt begåvade elever?

4.3.1 Pedagogernas svar på hur de upptäcker matematiskt begåvade elever

Pedagog 1 svarar:

”Jag tolkar det som att ett barn ska ha speciella, särskilda egenskaper, något absolut över det vanliga\...\ och någon sådan har jag aldrig haft. Däremot har jag mött ett stort antal barn med matteintresse.”

Hon uppger att det oftast är lätt att upptäcka dessa elever genom samtal.

Även Pedagog 2 svarar att hon använder samtal med eleven som metod för att urskilja en elev med matematisk begåvning. Samtal med föräldrar och andra lärare är också till hjälp. Hon använder sig även av årskursbundna tester för att se "var eleven ligger". Pedagog 3 menar:

”Det märks tydligast när vi har haft diskussioner i matte när de har förklarat hur de tänker men även hur den löser uppgifterna i böckerna.”

Pedagog 4 påpekar att dessa elever sällan upptäcks under de första grundskoleåren då flitigheten ofta får barnen att verka duktigare än de egentligen är och försätter:

”Upptäckten av begåvad Ma-elev har inte oftast varit att den hunnit långt i Ma-boken, utan istället att den har haft ett utpräglat logiskt tänkande.”

Pedagog 5 använder sig av diagnoser som Ljungblads höstprov och diagnoser ur läromedlet Mattecirkeln. Målet med diagnoserna är att se var eleven befinner sig i förhållande till den förväntade kunskapen. Hon berättar:

”Vi brukar göra årskursbundna tester för att se var eleven ligger. Till många matematikläromedel finns diagnoser som man använder. Diagnoserna brukar endast mäta det man ska ha förkunskaper i innan man börjar på ett nytt mattearbete alternativt mäter diagnosen om man uppnått det man arbetat med. \...\ Dock är det så att samtalet med eleven ger mest information om vad eleven kan och hur den löser sina uppgifter.”

4.3.2 Sammanfattning av pedagogers olika metoder att upptäcka matematiskt begåvade elever

Majoriteten av pedagogerna anser att den muntliga kommunikationen är bästa sättet att upptäcka matematiskt begåvade elever. Hur stor del av undervisningen som utgörs av matematiska samtal och diskussioner framgår inte av svaren.

En pedagog menar att elever som räknar snabbt behöver inte innebära att de är matematiskt begåvade. För att hitta ett genuint logiskt tänkande blir därför samtalet mellan pedagogen och dessa elever ännu viktigare.

Två pedagoger använder sig av diagnostiska tester. Detta kan vara både speciellt utformade förkunskapstester eller de som finns i matematikboken inför varje nytt kapitel.

4.3.3 Analys och diskussion kring metoder att upptäcka matematiskt begåvade elever

Det finns inga speciella strategier på de undersökta skolorna om hur matematiskt begåvade elever upptäcks. Uppgiften faller således helt på pedagogens kompetens och intresse.

Två av fem pedagoger använder sig av diagnostiska tester och deras handlingsätt styrks av Rita Barger som menar att dessa tester hjälper pedagogen att bedöma vad eleven behärskar (2001, s. 20). Läraren kan sedan eventuellt förse eleven med alternativa uppgifter, anpassat till dess kunskapsnivå. Genom att använda sig av tester kan man värdera elevens förkunskaper och hur dess kunskaper förbättrats.

Det är trots allt genom samtal som de flesta pedagoger upptäcker elever med särskilda förmågor. I samtal med eleven kan pedagogen styra samtalet så att elevens bakomliggande logiska tänkande exponeras. En balanserad kombination av diagnostiska tester och diskussioner skulle kunna vara det bästa sättet att upptäcka matematiskt begåvade elever. Samtalen i relation till hur ofta testerna genomförs och utvärderas, skulle kunna leda till att fler matematiskt begåvade elever upptäcks. Diskussioner kring matematik kan hjälpa pedagogen att upptäcka begåvade elever och även, som Vygotskij menar fastställa på vilken nivå undervisningen är lämplig att lägga (Bråten, 1998, s.83-84).

Inger Wistedt skriver om brister i matematikundervisningen som att där inte finns någon grund för matematiska samtal i många klassrum. Vår undersökning visar att samtal inom matematik finns i skolan, men omfattningen av dessa framgår inte av svaren.

4.4 Pedagogernas stöd och utbildning

Angående lärarnas stöd i arbetssituationen ställdes frågan: Känner du att du har tillräckligt med stöd i form av resurser och utbildning i arbetet med matematiskt begåvade elever? Vad skulle du vilja ha för stöd, resurser och utbildning då du undervisar elever med matematisk begåvning?

4.4.1 Pedagogernas svar angående stöd och utbildning

Pedagog 1 uppger att hennes montessoriuutbildning är ett stöd som utvecklat och konkretiserat hennes matematiska kunskaper. Hon tycker också att hennes intresse för ämnet blir ett stöd i sig. Pedagog 2 svarar att hon önskar utbildning i hur matematiskt begåvade kan utmanas. Hon

känner däremot inte till om en sådan utbildning finns. Pedagog 3 ingår i ett matematiknätverk och det stöd som hon efterlyser beskrivs konkret i svaret:

”När det gäller utbildning skulle jag vilja få tips på hur man kan prata matematik med alla elever i en klass och samtidigt ha alla med sig både de som har lite svårare för det och de som är matematikbegåvade.”

Hon vill även få kunskap om hur matematikundervisningen kan byggas upp helt utan lärobok. Pedagog 4 uppger inget svar. Pedagog 5 läser för närvarande en fortbildning inom matematik. Hon finner inget stöd som pedagog i undervisningen av matematiskt begåvade elever. Vidare skriver hon att lärarutbildningen behandlar undervisning av underpresterande elever och aldrig högpresterade. Den generella tidsbristen drabbar eleverna menar Pedagog 5. Hon tycker att oerhört mycket skulle kunna göras med de matematiskt begåvade eleverna, men att tid saknas till förberedelserna. Även organisatoriska omständigheter och otillräckligt med stöd uppges som skäl till att pedagogerna i skolan inte klarar uppgiften att undervisa dessa elever tillräckligt bra. Som stöd i form av utbildning nämner hon kommunen, som satsat på fortbildning inom matematik. Hon anser att det har varit värdefullt. Hon svarar även gällande stöd och material:

”Stöd har man alltid i form av att det uppmuntras att vi ”individualiserar uppåt” \...\ Till de barnen som kan mera får man använda tjänsteexemplar av matteböcker eller de gamla exemplar som klassen (året äldre) inte använder”

4.4.2 Sammanfattning av pedagogernas stöd och utbildning

Tid eller skolans organisation, tycks vara av betydelse för vilket stöd pedagogen känner i sin möjlighet att stimulera matematiskt begåvade elever. En pedagog anser att hennes eget intresse för matematik, är ett stöd i sig för att stimulera eleverna. För att kunna anpassa undervisningen efter elevens behov, efterlyser fyra pedagoger kompetensutveckling. Svaren tyder på att det finns ett behov av utbildning för lärare kring elever som är matematiskt begåvade och hur dessa kan undervisas på ett stimulerande sätt.

4.4.3 Analys och diskussion om pedagogers stöd och utbildning

Pedagogerna i vår undersökning efterlyser utbildning kring hur matematiskt begåvade elever kan undervisas. Eftersom lärare inte ges någon undervisning inom detta område i sin utbildning, kan detta vara en av orsakerna till att högpresterande elever i matematik i Sverige, utgör en mindre andel än i till exempel USA. Förutom utbildning kan ett nätverk

matematikpedagoger emellan, fungera som stöd. Sådana möten skulle kunna skapa ett forum, där nya idéer och olika lösningar inom organisationen skulle kunna diskuteras.

Brist på resurser, tid och kunskap kan vara faktorer som spelar in och försvårar anpassningen av undervisningen. Det saknas en specifik plan i det svenska skolsystemet för att identifiera begåvade elever och tillgodose deras behov, vilket styrks av Persson (1997b, s.3, 25). Den statliga matematikdelegationen har uppmärksammat detta och satsar pengar på att fortbilda lärare för att förbättra situationen.

5. Reflektion kring arbetet

Arbetsprocessen med uppgiften har fått oss att förstå att mycket arbete ligger bakom undersökningar och forskningsresultat. Det har varit mycket lärorikt både att få kunskap om undersökningsområdet samt hur en forskningsstudie kan genomföras.

Undersökningens validitet begränsades av den relativt lilla urvalsgruppen och den låga svarsfrekvensen bland rektorer, endast 2 av 8 tillfrågade rektorer svarade. Vidare kände vi att brevmetoden minskade våra möjligheter att ställa följdfrågor.

Nyligen presenterade TIMSS sin rapport för 2007. Den visar att andelen högpresterande elever minskar i svensk grundskola. Från att år 2003 ha varit tolv procent, är andelen 2007 endast två procent. Vad beror det på? Denna och många andra frågor återstår att besvara då det gäller undervisningen av matematiskt begåvade elever. Det skulle till exempel vara intressant att göra observationer och fallstudier kring hur stor del av undervisningens tid som läggs på samtal och diskussioner. Även pedagogernas val av material och matematiskt begåvade elevers studiefärdigheter samt deras resultat vid högre studier vore intressant att studera.

Ämnet som vi behandlat är aktuellt ur många perspektiv. Ur pedagogiskt för att lärare efterlyser utbildning inom området för att göra ett gott arbete och ur forsknings perspektiv för att området är relativt outforskat. Viktigast är kanske ur demokratiskt perspektiv eftersom även matematiskt begåvade elever har rätt till en undervisning som stödjer dem i sin utveckling.

Referenser

Litteratur:

Barger, Rita (2001) Begåvade elever behöver också hjälp. *Nämnan nr 3*. Göteborg: NCM/Nämnan.

Bråten, Ivar och red. (1998) *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Engström, Lil (2006) *Möjligheter till lärande i matematik*. Stockholm: HLS Förlag.

Europarådet (1994) *Recommendation 1248 on education for gifted children*. Strasbourg: Council of Europe.

Evenshaug, Oddbjörn och Hallen, Dag (2001) *Barn- och Ungdomspsykologi*. Lund: Studentlitteratur.

Hultén, Pernilla, Hultman Jens och Torsten, Eriksson Lars (2007) *Kritiskt tänkande*. Malmö: Liber.

Johansson, Bo och Svedner, Per Olov (2006) *Examensarbetet i lärarutbildningen - undersökningsmetoder och språklig utformning*. 4: e uppl. Uppsala: Kunskapsföretaget i Uppsala AB.

Löwing, Madeleine (2006) *Matematikundervisningens dilemman. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, Gudrun (2002) *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.

Nämnan Tema (1995) *Matematik – ett kärnämne*. 5:e upplagan. Göteborg: NCM/Nämnan.

Patel, Runa och Davidson, Bo (2003) *Forskningsmetodikens grunder. Att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur.

Persson, Roland S. (1997a) *Annorlunda land – särbegåvnings psykologi*. Liber/Almqvist och Wiksell.

Persson, Roland S. (1997b) *High Ability in Egalitarian Contexts*. Jönköping: HLK.

Pettersson, Eva (2008) *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik. Begåvning ur ett generellt perspektiv*. Växjö Universitet: Matematiska och systemtekniska institutionen.

Skolverket (2006) *Läroplaner för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet. Lpo94*. Stockholm: Skolverket.

Säljö, Roger (2000) *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

Wallby, Karin, Carlsson, Synnöve och Nyström, Peter (2001) *Elevgrupperingar - en kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket.

Winner, Ellen (1999) *Begåvade barn*. Jönköping: Brainbooks AB.

Wistedt, Inger (2005) En förändrad syn på matematikbegåvningar. *Nämnnaren nr 3*. Göteborg: NCM/Nämnnaren.

Internet:

Berg, Gunnar (2005-09-14) *Skolutveckling enligt frirumsstrategin – hur går det till?* Uppsala.

Tillgänglig: 2008-10-25

[www.naturbruk.se/filebank/files/20060926\\$124312\\$fil\\$hTCh6JMv8sz1n2enJ0St.pdf](http://www.naturbruk.se/filebank/files/20060926$124312$fil$hTCh6JMv8sz1n2enJ0St.pdf)

Lärarnas Riksförbund (2005-10-02) *Ofta IG trots hög IQ*. Tillgänglig: 2008-12-15

<http://www.lr.se/lrweb/home.nsf/indexfrmset?readform&Url=http://www.lr.se/lrweb/Home.nsf/bykey/IFRS-69GDWR!OpenDocument>

Mathis, Linda (2007) *Academically Gifted Program Plan*. Wake County Public School System. Tillgänglig: 2008-11-02: http://www.wcpss.net/curriculum-instruction/ag/ag_plan07-10.pdf

2/2006 Svenska Uneskorådets Skriftserie. Tillgänglig 2008-11-11 <http://www.unesco-sweden.org/shared/pdf/material/Salamanca%2007.pdf>

Statistiska Central Byrån(2004) *Yrkesstrukturen i rike*. Tillgänglig 2008-12-08
http://www.scb.se/templates/Publikation____166640.asp

Vetenskapsrådet (2002) Tillgänglig 2008-10-22, 11.12
http://www.vr.se/download/18.427cb4d511c4bb6e38680002601/forskningsetiska_principer_fix.pdf

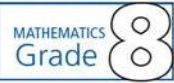
Bilagor

Bilaga 1:

Resultat av TIMSS rapporten 2003

Bilaga 1

Exhibit 1.1: Distribution of Mathematics Achievement



SOURCE: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2003

* Represents years of schooling counting from the first year of ISCED Level 1.

** Taken from United Nations Development Programme's *Human Development Report 2003*, p. 237-240.

† Met guidelines for sample participation rates only after replacement schools were included (see Exhibit A.9).

‡ Nearly satisfied guidelines for sample participation rates only after replacement schools were included (see Exhibit A.9).

‡ Did not satisfy guidelines for sample participation rates (see Exhibit A.9).

¹ National Desired Population does not cover all of International Desired Population (see Exhibit A.6).

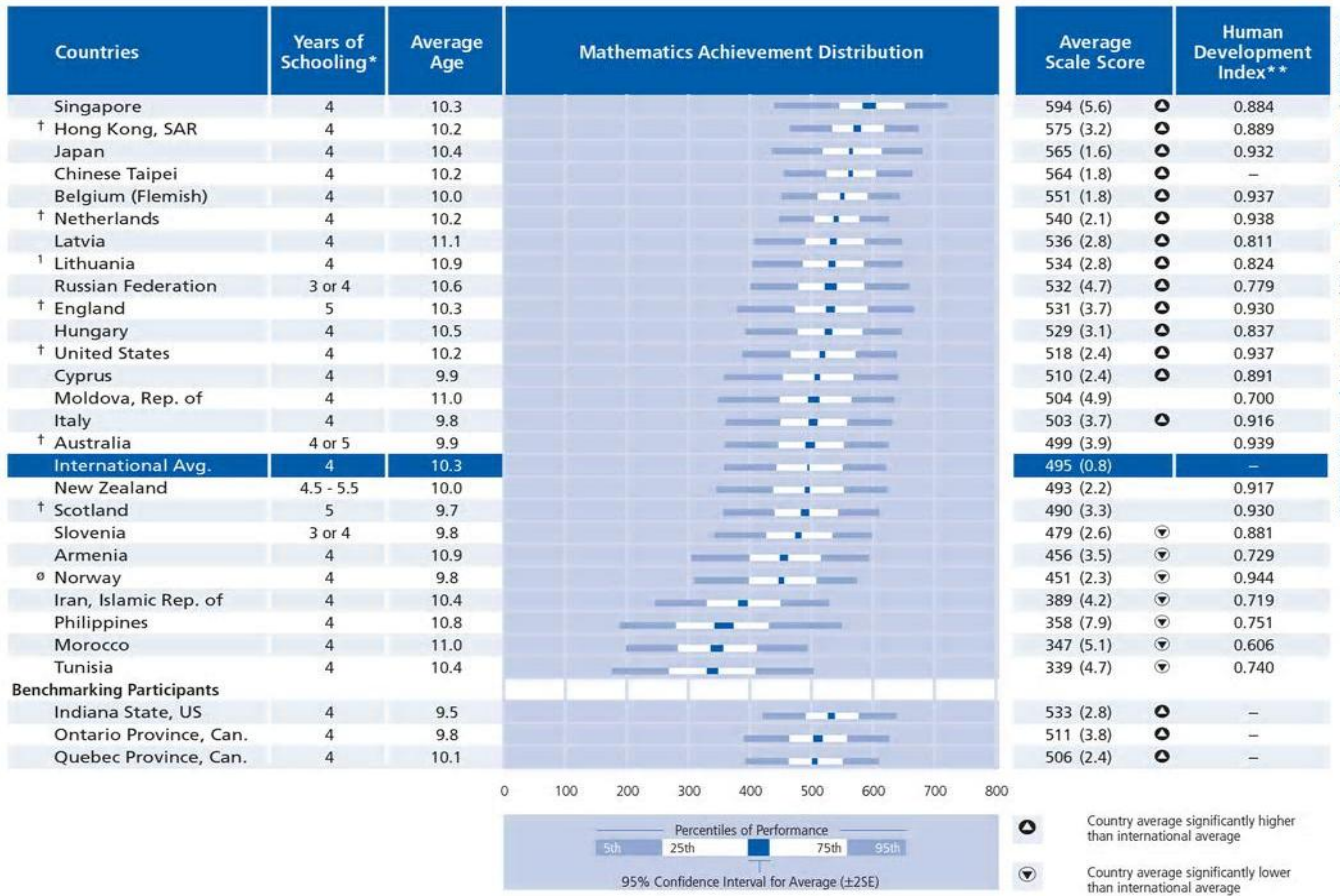
² National Defined Population covers less than 90% of National Desired Population (see Exhibit A.6).

♦♦ Korea tested the same cohort of students as other countries, but later in 2003, at the beginning of the next school year.

() Standard errors appear in parentheses. Because results are rounded to the nearest whole number, some totals may appear inconsistent.

A dash (–) indicates comparable data are not available.

Exhibit 1.1: Distribution of Mathematics Achievement



SOURCE: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2003

* Represents years of schooling counting from the first year of ISCED Level 1.
 ** Taken from United Nations Development Programme's *Human Development Report*, p. 237-240.
 † Met guidelines for sample participation rates only after replacement schools were included (see Exhibit A.9).
¹ National Desired Population does not cover all of International Desired Population (see Exhibit A.6).

^o Norway: 4 years of formal schooling, but First Grade is called "First grade/Preschool."
 () Standard errors appear in parentheses. Because results are rounded to the nearest whole number, some totals may appear inconsistent.
 A dash (–) indicates comparable data are not available.